ΓΙΑΝΝΗΣ ΡΑΛΛΗΣ
Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών
Λέσβου – Σάμου – Χίου

Σάμος 11 / 05 / 16

ΕΠΙΛΟΓΗ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΚΑΙ ΛΥΚΕΙΟΥ ΣΤΙΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Εισαγωγή.

Το φυλλάδιο αυτό γράφτηκε το δεκαπενθήμερο των διακοπών του Πάσχα του 2016. Στοχεύει στην ενημέρωση των (νέων κυρίως) συναδέλφων πάνω στη διαδικασία επιλογής θεμάτων για τις τελικές προαγωγικές και απολυτήριες εξετάσεις του Γυμνασίου και του Λυκείου στα Μαθηματικά. Το τελικό προϊόν (ιδιαίτερα εκείνο των γενικών αρχών και υποδείξεων) είναι το αποτέλεσμα συζητήσεων και ανταλλαγής απόψεων με όσους συναδέλφους συνεργάστηκα, κατά καιρούς, στη Δημόσια Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, στο Πανεπιστήμιο και τελευταία με την ιδιότητα του Σχολικού Συμβούλου.

Το φυλλάδιο χωρίζεται σε δυο μέρη :

- **ΜΕΡΟΣ Ι .** **(Ια).** Νομοθετικό πλαίσιο.
  (Ιβ). Οδηγίες και υποδείξεις για την επιλογή θεμάτων
- **ΜΕΡΟΣ ΙΙ .** Ενδεικτικά διαγωνίσματα όλων των τάξεων

Τα ενδεικτικά διαγωνίσματα προέρχονται από :

- Το βιβλίο «Διαγωνίσματα Μαθηματικών για τις προαγωγικές εξετάσεις του Λυκείου», έκδοση του Παραρτήματος Χίου της ΕΜΕ και των εκδόσεων Αιγέας το 1999.
- Συναδέλφους στη Χίο, στη Σάμο και στη Μυτιλήνη.
- Πενταμελή επιτροπή του Παραρτήματος Χίου της ΕΜΕ για θέματα Γυμνασίου που συγκροτήθηκε το 2016.
- Τετραμελή επιτροπή συναδέλφων από τη Σάμο για θέματα Γυμνασίου που συγκροτήθηκε το 2016.
- Τις Τράπεζες θεμάτων του Υπουργείου Παιδείας.

Σε όλα τα ενδεικτικά διαγωνίσματα έγιναν όσες μετατροπές κρίθηκαν απαραίτητες έτσι ώστε η δομή και η διάρθρωσή τους να είναι συμβατή με τις οδηγίες του ΙΕΠ και του Υπουργείου Παιδείας. Είναι φανερό ότι :

- Λόγω του όγκου της εργασίας αυτής, θα υπάρχουν αβλεψίες και λάθη (ελπίζω όχι επιστημονικά), κυρίως στα ενδεικτικά διαγωνίσματα. Οι όποιες υποδείξεις και διορθώσεις εκ μέρους των συναδέλφων δεν είναι μόνο ευπρόσδεκτες, αλλά και απαραίτητες, για τη βελτίωση του πονήματος σε πιθανή μελλοντική χρήση.
- Τα όποια λάθη βαρύνουν αποκλειστικά και μόνο τον γράφοντα.
- Τα ενδεικτικά διαγωνίσματα παρατίθενται μόνο για ενημέρωση. Μπορεί βεβαίως να χρησιμοποιηθεί μέρος αυτών και στις εξετάσεις. Όμως, σε μια τέτοια περίπτωση, πρέπει να γίνει επανέλεγχος, για ενδεχόμενη περίπτωση λαθών.

ΜΕΡΟΣ Ι

Νομοθετικό πλαίσιο

Οδηγίες και υποδείξεις για την επιλογή θεμάτων

(Ια). Νομοθετικό πλαίσιο.

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΚΑΙ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ
Ενημερωτική εγκύκλιος Γ2/2764/6-5-96 της Δ/νσης Σπουδών της Δ/θμιας Εκπ/σης του ΥΠ.Ε.Π.Θ. και Ενημερωτική εγκύκλιος Γ2/62078/13-05-2008 του ΥΠ.Ε.Π.Θ.

Ως εξεταστέα ύλη ορίζονται τα **3/5** της ύλης που **διδάχθηκε** με την προϋπόθεση ότι αυτά δεν είναι λιγότερα από το **μισό** της **διδακτέας** ύλης.
α) Θεωρία: Οι μαθητές υποχρεούνται σε διαπραγμάτευση ενός απλού από **δύο** τιθέμενα θέματα θεωρίας της διδαγμένης ύλης. Κάθε θέμα θεωρίας μπορεί να αναλύεται σε **τρεις** το πολύ ερωτήσεις της **ίδιας ενότητας**.
β) Ασκήσεις: Οι μαθητές υποχρεούνται να λύσουν **δύο από τρεις ασκήσεις ή προβλήματα.** Καθένα από τα θέματα των ασκήσεων ή προβλημάτων **δεν πρέπει να αποτελείται από δύο ή περισσότερες διαφορετικές ασκήσεις ή προβλήματα**.
Μπορεί, όμως, **κάθε άσκηση ή πρόβλημα να αναλύεται σε βήματα.**
Παρατήρηση. Η απάντηση στο θέμα της θεωρίας και η κάθε μία από τις λύσεις των ασκήσεων ή προβλημάτων βαθμολογούνται ισότιμα. Για το λόγο αυτό δεν βάζουμε μονάδες.

Για τις Α' και Β' τάξεις :
Επειδή το περιεχόμενο των βιβλίων των Μαθηματικών του Γυμνασίου χωρίζεται σε δύο μέρη (Άλγεβρα και Γεωμετρία), τα οποία διδάσκονται παράλληλα, προτείνουμε, κατά τις προαγωγικές και απολυτήριες εξετάσεις στο μάθημα των Μαθηματικών του Γυμνασίου, η επιλογή των θεμάτων να γίνει ως εξής:
Θεωρία: Ένα θέμα από την Άλγεβρα και ένα θέμα από τη Γεωμετρία.
Ασκήσεις: Δύο ασκήσεις από την Άλγεβρα και μία από τη Γεωμετρία ή δύο ασκήσεις από τη Γεωμετρία και μία από την Άλγεβρα.

Για τη Γ' τάξη:
Επειδή η σχέση ωρών Άλγεβρας - Γεωμετρίας είναι περίπου 70/30, προτείνω :
Θεωρία: Ένα θέμα από την Άλγεβρα και ένα θέμα από τη Γεωμετρία.
Ασκήσεις: Δύο ασκήσεις από την Άλγεβρα και μία από τη Γεωμετρία.

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΚΑΙ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΛ

Έγγραφο Υπουργείου Παιδείας Αρ. Πρωτ. 188140/Δ2 20-11-2015

ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ
Η εξεταστέα ύλη δεν μπορεί να είναι λιγότερη από το μισό και περισσότερη από τα 2/3 της διδακτέας.

ΔΙΑΡΘΡΩΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ Α΄, Β΄ ΓΕΛ, Α΄, Β΄, Γ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΛ, Α΄, Β΄ ΕΠΑΛ

Στους μαθητές δίνονται τέσσερα (4) θέματα από την εξεταστέα ύλη, με τα οποία ελέγχεται η γνώση εννοιών και ορολογίας, η δυνατότητα αναπαραγωγής γνωστικών στοιχείων, η ικανότητα εκτέλεσης γνωστών αλγορίθμων, η ικανότητα του μαθητή να αναλύει, να συνθέτει και να επεξεργάζεται δημιουργικά ένα δεδομένο υλικό, καθώς και η ικανότητα επιλογής και εφαρμογής κατάλληλης μεθόδου.

Τα τέσσερα θέματα που δίνονται στους μαθητές διαρθρώνονται ως εξής:

Στο **1ο θέμα** εξετάζεται θεωρία, που αποτελείται από δυο μέρη.
Το πρώτο μέρος περιέχει πέντε (05) ερωτήσεις αντικειμενικού τύπου (πολλαπλής επιλογής, Σωστού - Λάθους, αντιστοίχησης) με τις οποίες ελέγχεται η γνώση και η κατανόηση των βασικών εννοιών και των σπουδαιότερων συμπερασμάτων της θεωρίας σε όσο το δυνατόν ευρύτερη έκταση της εξεταστέας ύλης.
Στο δεύτερο μέρος ζητείται η απόδειξη μίας απλής πρότασης (ιδιότητας, λήμματος, θεωρήματος ή πορίσματος), που είναι αποδεδειγμένη στο σχολικό εγχειρίδιο.
Στο πρώτο μέρος δίνονται 5 x 2 = 10 μονάδες.
Στο δεύτερο μέρος δίνονται 15 μονάδες.
Επομένως έχουμε συνολικά 25 μονάδες.

Το **2ο θέμα** αποτελείται από μία άσκηση που είναι εφαρμογή ορισμών, αλγορίθμων ή προτάσεων (ιδιοτήτων, θεωρημάτων, πορισμάτων).

Το **3ο θέμα** αποτελείται από μία άσκηση που απαιτεί από τον μαθητή ικανότητα συνδυασμού και σύνθεσης εννοιών και αποδεικτικών ή υπολογιστικών διαδικασιών.

Το **4ο θέμα** αποτελείται από μία άσκηση ή ένα πρόβλημα που η λύση του απαιτεί από ον μαθητή ικανότητες συνδυασμού και σύνθεσης γνώσεων, αλλά και την ανάληψη πρωτοβουλιών για την ανάπτυξη στρατηγικών επίλυσής του.

Το 2ο, 3ο, 4ο θέμα μπορούν να αναλύονται σε επιμέρους ερωτήματα που διευκολύνουν τον μαθητή στη λύση.

Η βαθμολογία κατανέμεται ανά εικοσιπέντε (25) μονάδες στο καθένα από τα τέσσερα (4) θέματα. Ειδικότερα, στο πρώτο θέμα το πρώτο μέρος βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες, ενώ το δεύτερο μέρος βαθμολογείται με δεκαπέντε (15) μονάδες. Στο δεύτερο, τρίτο και τέταρτο θέμα η κατανομή της βαθμολογίας στα επιμέρους ερωτήματα μπορεί να διαφοροποιείται ανάλογα με το βαθμό δυσκολίας τους και καθορίζεται στη διατύπωση των θεμάτων.

ΔΙΑΡΘΡΩΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ (ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ) ΚΑΙ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΗΣ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ ΤΗΣ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΣΤΗ Γ΄ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΣΤΗ Δ΄ ΤΑΞΗ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ (ΠΟΥ ΕΞΕΤΑΖΟΝΤΑΙ ΕΝΔΟΣΧΟΛΙΚΑ)

Στους μαθητές δίνονται τέσσερα (4) θέματα από την εξεταστέα ύλη, τα οποία μπορούν να αναλύονται σε υποερωτήματα, με τα οποία ελέγχεται η δυνατότητα αναπαραγωγής γνωστικών στοιχείων, η γνώση εννοιών και ορολογίας και η ικανότητα εκτέλεσης γνωστών αλγορίθμων, η ικανότητα του μαθητή να αναλύει, να συνθέτει και να επεξεργάζεται δημιουργικά ένα δεδομένο υλικό, καθώς και η ικανότητα επιλογής και εφαρμογής κατάλληλης μεθόδου.
Τα τέσσερα θέματα που δίνονται στους μαθητές διαρθρώνονται ως εξής:

α) Το **1ο** θέμα αποτελείται από ερωτήματα θεωρίας που αφορούν έννοιες, ορισμούς, λήμματα, προτάσεις, θεωρήματα και πορίσματα. Με το θέμα αυτό ελέγχεται η κατανόηση των βασικών εννοιών, των σπουδαιότερων συμπερασμάτων, καθώς και η σημασία τους στην οργάνωση μιας λογικής δομής.

β) Το **2ο** και το **3ο** θέμα αποτελείται το καθένα από μία άσκηση που απαιτεί από το μαθητή ικανότητα συνδυασμού και σύνθεσης εννοιών αποδεικτικών ή υπολογιστικών διαδικασιών.

γ) Το **4ο** θέμα αποτελείται από μία άσκηση ή ένα πρόβλημα που η λύση του απαιτεί από το μαθητή ικανότητες συνδυασμού και σύνθεσης προηγούμενων γνώσεων, αλλά και την ανάληψη πρωτοβουλιών στη διαδικασία επίλυσής του. Το θέμα αυτό μπορεί να αναλύεται σε επιμέρους ερωτήματα, τα οποία βοηθούν το μαθητή στη λύση.

Η κάθε άσκηση μπορεί να αναλύεται σε επιμέρους ερωτήματα.

Η βαθμολογία κατανέμεται ανά είκοσι πέντε (25) μονάδες στο καθένα από τα τέσσερα θέματα.

Παρατήρηση. Εξεταστέα ύλη στα Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής και στα Μαθηματικά της Ομάδας Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών και της Ομάδας Προσανατολισμού Σπουδών Οικονομίας & Πληροφορικής είναι η ίδια με των Πανελληνίων. Εδώ βέβαια, στις ενδοσχολικές εξετάσεις, οι μαθητές εξετάζονται στα 2/3 της ύλης, όπως δηλαδή και οι άλλες τάξεις του Λυκείου.

ΑΛΓΕΒΡΑ ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α ΚΑΙ Β ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ

ΦΕΚ Φ4/77460/Δ4 Αρ. Φύλλου 863 15 Μαΐου 2015

Οι γραπτές προαγωγικές εξετάσεις στα μαθήματα «Άλγεβρα» και «Γεωμετρία» της Α΄ και Β΄ τάξης Επαγγελματικού Λυκείου γίνονται ως εξής:

1. Στους μαθητές δίνονται τέσσερα (4) θέματα από την εξεταστέα ύλη, με τα οποία ελέγχεται η γνώση εννοιών και ορολογίας, η δυνατότητα αναπαραγωγής γνωστικών στοιχείων, η ικανότητα εκτέλεσης γνωστών αλγορίθμων, η ικανότητα του μαθητή να αναλύει, να συνθέτει και να επεξεργάζεται δημιουργικά ένα δεδομένο υλικό, καθώς και η ικανότητα επιλογής και εφαρμογής κατάλληλης μεθόδου.
2. Τα τέσσερα θέματα που δίνονται στους μαθητές διαρθρώνονται ως εξής:
   - (α) Το πρώτο θέμα αποτελείται από δύο μέρη. Το πρώτο μέρος περιέχει πέντε (05) ερωτήσεις αντικειμενικού τύπου (πολλαπλής επιλογής, Σωστού − Λάθους, αντιστοίχισης) με τις οποίες ελέγχεται η γνώση και η κατανόηση των βασικών εννοιών και των σπουδαιότερων συμπερασμάτων της θεωρίας σε όσο το δυνατόν ευρύτερη έκταση της εξεταστέας ύλης. Στο δεύτερο μέρος ζητείται η απόδειξη μίας απλής πρότασης (ιδιότητας, λήμματος, θεωρήματος ή πορίσματος), που είναι αποδεδειγμένη στο σχολικό εγχειρίδιο.
   - (β) Το δεύτερο θέμα αποτελείται από μία άσκηση που είναι εφαρμογή ορισμών, αλγορίθμων ή προτάσεων (ιδιοτήτων, θεωρημάτων, πορισμάτων)
   - (γ) Το τρίτο θέμα αποτελείται από μία άσκηση που απαιτεί από τον μαθητή ικανότητα συνδυασμού και σύνθεσης εννοιών και αποδεικτικών ή υπολογιστικών διαδικασιών.
   - (δ) Το τέταρτο θέμα αποτελείται από μία άσκηση ή ένα πρόβλημα που η λύση του απαιτεί από τον μαθητή ικανότητες συνδυασμού και σύνθεσης γνώσεων, αλλά και την ανάληψη πρωτοβουλιών για την ανάπτυξη στρατηγικών επίλυσής του.

   Το δεύτερο, τρίτο και τέταρτο θέμα μπορούν να αναλύονται σε επιμέρους ερωτήματα που διευκολύνουν τον μαθητή στη λύση.

3. Η βαθμολογία κατανέμεται ανά εικοσιπέντε (25) μονάδες στο καθένα από τα τέσσερα (4) θέματα. Ειδικότερα, στο πρώτο θέμα το πρώτο μέρος βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες, ενώ το δεύτερο μέρος βαθμολογείται με δεκαπέντε (15) μονάδες. Στο δεύτερο, τρίτο και τέταρτο θέμα η κατανομή της βαθμολογίας στα επιμέρους ερωτήματα μπορεί να διαφοροποιείται ανάλογα με τον βαθμό δυσκολίας τους και καθορίζεται στη διατύπωση των θεμάτων.
4. Τα θέματα επιλέγονται από τους διδάσκοντες το μάθημα.

(Ιβ). Οδηγίες και υποδείξεις για την επιλογή θεμάτων

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ

1. Βασική αρχή, η οποία πρέπει να διέπει οποιαδήποτε θέματα διαγωνισμάτων είναι η εξής: **«Τα θέματα δεν πρέπει να χρειάζονται καμία απολύτως διευκρίνιση».** Ακόμη και διευκρινίσεις του τύπου «τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι» μπορούν να δίνονται εγγράφως στους μαθητές, στο τέλος των θεμάτων, με μορφή οδηγιών.

Από τη στιγμή που χρειάζεται να δοθεί οποιαδήποτε διευκρίνιση, τα θέματα είναι προβληματικά.

Παραδείγματα οδηγιών

- Τα θέματα γράφονται με μπλε ή μαύρο στυλό.
- Δεν γίνεται χρήση μολυβιού, εκτός από το σχεδιασμό σχημάτων. Επίσης μολύβι μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο πρόχειρο.
- Δεν χρησιμοποιείται υπολογιστής τσέπης.
- Τα θέματα (θεωρία και ασκήσεις) διαπραγματεύονται με οποιαδήποτε σειρά.
- Μπορούμε να παραλείψουμε κάποιο υποερώτημα και να το θεωρήσουμε ως δεδομένο στα επόμενα ερωτήματα.
- Απαντούμε σε όλα τα θέματα (για το Λύκειο) ή σε ένα από τα δυο θέματα θεωρίας και σε δυο από τις τρεις ασκήσεις (στο Γυμνάσιο).

2. Η διατύπωση των θεμάτων πρέπει να είναι απλή και σαφής, με χρήση μικρών προτάσεων, έτσι ώστε να είναι απολύτως κατανοητά τα δεδομένα και τα ζητούμενα.

3. Τα διάφορα θέματα που τίθενται πρέπει ασφαλώς να βασίζονται στο Σχολικό βιβλίο. Επίσης οι λύσεις που δίνουν οι μαθητές είναι απαραίτητο να βασίζονται σε προτάσεις του Σχολικού βιβλίου.

4. Οι μαθητές δεν είναι λογικό να αιφνιδιάζονται. Οφείλουμε να έχουμε διδάξει στην τάξη θέματα παρόμοια με αυτά που δίνονται προς διαπραγμάτευση.

5. Τα θέματα που βάζουμε είναι λογικό να εξαρτώνται από το μέσο επίπεδο της τάξης.

6. **Με τα θέματα που βάζουμε θέλουμε να ελέγξουμε τις γνώσεις των παιδιών και όχι για να εντυπωσιάσουμε τους μαθητές μας ή τους συναδέλφους μας. Το να βάζει κανείς δύσκολα θέματα είναι πάρα πολύ εύκολο. Δύσκολο είναι το να βάζει κανείς «κατάλληλα για το επίπεδο της τάξης» θέματα.**

ΕΠΙΣΗΜΑΝΣΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ

Δεν είναι δυνατόν να μπαίνουν ερωτήσεις του τύπου «Τι γνωρίζετε για τα παραλληλόγραμμα». Σε μια τέτοια ερώτηση ο μαθητής μπορεί να δώσει πληθώρα απαντήσεων (ορισμούς, ιδιότητες, κριτήρια, ειδικές περιπτώσεις παραλληλογράμμων, κ.λ.π.). Οποιαδήποτε απάντηση πρέπει να θεωρείται σωστή. Επομένως η ερώτηση είναι προβληματική. **Τέτοιου είδους ερωτήσεις ίσως είναι κατάλληλες για άλλα μαθήματα, αλλά όχι για τα Μαθηματικά**.

Στις ερωτήσεις αντικειμενικού τύπου μπορούμε να βάλουμε και ερωτήσεις **συμπλήρωσης κενού**, όμως προσωπικά θεωρώ ότι με τις ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού προωθούμε την «παπαγαλία» και όχι την κριτική σκέψη, κάτι που είναι απαράδεκτο στα Μαθηματικά.

Θεωρώ ότι δεν μπορούμε να δίνουμε ερωτήσεις του τύπου «να γίνει παραγοντοποίηση π.χ. του $A = 2x^2 - 5x + 3$, παρότι αυτή η εκφώνηση υπάρχει στα σχολικά (και όχι μόνο) βιβλία.

Εδώ θα μπορούσε να δοθεί η παρακάτω απάντηση, η οποία φυσικά πρέπει να θεωρηθεί σωστή : $A = 2x^2 - 5x + 3 = 2\left(x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2}\right)$. Επίσης στο ερώτημα «να παραγοντοποιηθεί η παράσταση $B = x^4 - 1$ οι απαντήσεις $B = \left(x^2 - 1\right)\left(x^2 + 1\right)$ και $B = \left(x - 1\right)\left(x + 1\right)\left(x^2 + 1\right)$ πρέπει να θεωρηθούν και οι δύο σωστές. Για λόγους πλήρους σαφήνειας και μονοσήμαντης απάντησης θα μπορούσαμε να ζητήσουμε ***«η παράσταση Α να γραφεί ως γινόμενο δυο πρωτοβαθμίων πολυωνύμων»*** και ***«η παράσταση Β να γραφεί ως γινόμενο δυο πρωτοβαθμίων και ενός δευτεροβαθμίου πολυωνύμου».*** Θα μπορούσαμε επίσης στο Β να ζητήσουμε να λυθεί η εξίσωση $x^4 - 1 = 0$, οπότε υποχρεωτικά θα γίνει παραγοντοποίηση.

Δεν μπορούμε επίσης να δίνουμε ερωτήσεις με την εξής εκφώνηση : Να γίνει απλοποίηση του κλάσματος $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$, παρότι και αυτή η εκφώνηση υπάρχει στα σχολικά (και όχι μόνο) βιβλία.

Βέβαια $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-3}{x+1}$. Όμως το τι είναι απλό, δύσκολο ή απλούστερο είναι τελείως υποκειμενικό θέμα. Επομένως αντί για την ερώτηση «Να γίνει απλοποίηση του κλάσματος $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$», εναλλακτικά θα μπορούσαν να ζητηθούν τα παρακάτω :

- Να γραφεί το κλάσμα $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$ ως πηλίκο δυο πρωτοβαθμίων πολυωνύμων
- Να λυθεί η ανισότητα $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1} > 1$, οπότε θα αναγκασθεί ο μαθητής να κάνει απλοποίηση.
- Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$, οπότε θα αναγκασθεί και πάλι ο μαθητής να κάνει απλοποίηση

Ας εξετάσουμε το Θέμα :

(Α). Να βρεθεί για ποια τιμή του λ οι ευθείες $y = 2x + 3$ και $y = (\lambda + 1)x + 5$ είναι παράλληλες.

(Β). Να λυθεί η εξίσωση $\left(2x + 1\right)^3 = 1$.

Προφανώς το θέμα αυτό δεν είναι σύννομο, αφού έχουμε δυο διαφορετικές ασκήσεις, κάτι που αντιβαίνει τις οδηγίες. Όμως το θέμα μπορεί να πάρει τη μορφή :

Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon_1): y = 2x + 3$ και $(\varepsilon_2): y = (\lambda + 1)x + 5$

(Α). Να βρεθεί για ποια τιμή του λ οι ευθείες (ε_1), (ε_2) είναι παράλληλες.

(Β). Για την τιμή του λ του παραπάνω ερωτήματος :

(Β1). Να σχεδιαστούν οι (ε_1), (ε_2).

(Β1). Να λυθεί η εξίσωση $\left(2x + \lambda\right)^3 = 1$.

Παρατηρήσεις πάνω στο προηγούμενο θέμα :

Στην ουσία δεν υπάρχει καμία διαφορά ανάμεσα στις δυο διατυπώσεις και μου είναι ακατανόητο γιατί η μια διατύπωση είναι σύννομη και η άλλη όχι. Όμως τέτοιου είδους διατυπώσεις έχουμε και στις Πανελλήνιες, οπότε γίνονται και σ' εμάς αποδεκτές.

Προτείνω να αποφεύγουμε τέτοια θέματα. Η ανάλυση ενός θέματος σε υποερωτήματα καλό είναι να είναι πραγματική και ουσιαστική. Αν όμως τεθεί τέτοιο θέμα, καλό θα είναιι στο δεύτερο ερώτημα να δίνεται η τιμή του λ που προέκυψε από το πρώτο ερώτημα, δηλ. το θέμα να έχει τη μορφή :

Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon_1): y = 2x + 3$ και $(\varepsilon_2): y = (\lambda + 1)x + 5$

(Α). Να βρεθεί για ποια τιμή του λ οι ευθείες $(\varepsilon_1), (\varepsilon_2)$ είναι παράλληλες.

(Β). Για την τιμή του λ = 1 του παραπάνω ερωτήματος :

(Β1). Να σχεδιαστούν οι $(\varepsilon_1), (\varepsilon_2)$.

(Β2). Να λυθεί η εξίσωση $\left(2x + \lambda\right)^3 = 1$.

Ας θεωρήσουμε την εξής ερώτηση του τύπου «Σωστό ή Λάθος»:

«Αν σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$, τότε το τρίγωνο είναι οξυγώνιο».

Είναι φανερό ότι η παραπάνω πρόταση για άλλα τρίγωνα είναι αληθής και για άλλα ψευδής. Επομένως, αφού δεν ισχύει για κάθε τρίγωνο, η απάντηση είναι «Λάθος».

Όμως κάποια παιδιά μπορεί να μπερδευτούν, αφού για κάποια τρίγωνα η πρόταση είναι αληθής.

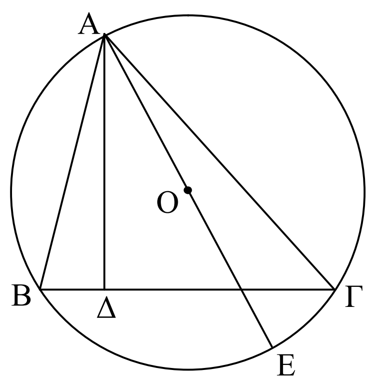
Έτσι η παραπάνω πρόταση μπορεί να αντικατασταθεί (με χρήση του καθολικού ποσοδείκτη) από την : «Κάθε τρίγωνο ΑΒΓ με την ιδιότητα $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$ είναι οξυγώνιο».

Στα θέματα της Γεωμετρίας πρέπει όλα τα δεδομένα να αναφέρονται σαφώς στην εκφώνηση και να μην υπονοούνται από το σχήμα που ενδεχομένως δίνουμε. Αν για παράδειγμα έχουμε την άσκηση :

«Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ το ύψος του ΑΔ και η ΑΕ. Να αποδειχθεί $B\hat{A}\Delta = \Gamma\hat{A}E$ », τότε υπάρχει πρόβλημα, γιατί απαιτείται να είναι η ΑΕ διάμετρος.

Αυτό φαίνεται βεβαίως από το σχήμα που δίνουμε, αλλά δεν αναφέρεται ρητά στα δεδομένα της άσκησης.

Πρέπει να έχουμε υπόψη μας ότι δεν προσπαθούμε ποτέ να ξεγελάσουμε τους μαθητές μας με δεδομένα που υπονοούνται, που είναι ελλιπή ή διατυπωμένα με δύσκολο ή δυσνόητο τρόπο.



ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Τα θέματα των γραπτών προαγωγικών και απολυτήριων εξετάσεων λαμβάνονται από την ύλη που ορίζεται ως εξεταστέα για κάθε μάθημα, κατά το έτος που γίνονται οι εξετάσεις. **Οι ερωτήσεις είναι ανάλογες με εκείνες που υπάρχουν στα σχολικά εγχειρίδια και στις οδηγίες του Ι.Ε.Π., διατρέχουν όσο το δυνατόν μεγαλύτερη έκταση της εξεταστέας ύλης, ελέγχουν ευρύ φάσμα διδακτικών στόχων και είναι κλιμακούμενου βαθμού δυσκολίας.**

Προφανώς οι ασκήσεις και οι ερωτήσεις των θεμάτων των προαγωγικών και απολυτήριων εξετάσεων οφείλουν :

α) Να είναι **σαφείς** και **κατανοητές**.

β) **Να έχουν τονιστεί επαρκώς** κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας.

γ) Να μην είναι εξεζητημένες και **να μπορούν να απαντηθούν στο πλαίσιο του** διαθέσιμου **χρόνου**.

Για την επιλογή των θεμάτων πρέπει να λαμβάνονται υπόψη, εκτός από την **ισχύουσα νομοθεσία**, και οι **οδηγίες του Ι.Ε.Π**.

Οι απαντήσεις των ερωτήσεων θεωρίας (ιδιαίτερα του τύπου Σωστό – Λάθος) πρέπει να προκύπτουν άμεσα από τη θεωρία που υπάρχει στα σχολικά βιβλία (χωρίς να χρειάζεται να γίνει οποιαδήποτε, όσο απλή και να είναι αυτή, πράξη).

Ακόμη πρέπει :

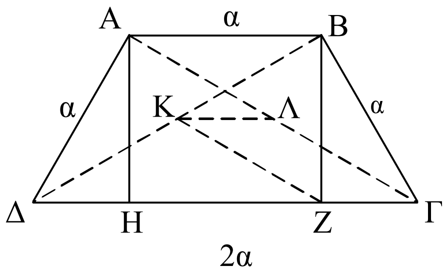
- Η **ορολογία** και οι **διατυπώσεις** των θεμάτων να είναι **ανάλογες** με εκείνες **του σχολικού βιβλίου.**
- **Να αποφεύγεται η επιλογή αυτούσιων θεμάτων από «βοηθητικά»** βιβλία**.**
- **Να μη χρησιμοποιούντα συμβολισμοί που δεν υπάρχουν στα σχολικά βιβλία** ή στις οδηγίες του Ι.Ε.Π.

Για τα Λύκεια : Η κατανομή της βαθμολογίας στα επιμέρους ερωτήματα ενός θέματος **να αναγράφεται** και να είναι δίκαιη. Επιπλέον **η μοριοδότηση** κάθε ερωτήματος καλό είναι να είναι **ακέραιος αριθμός.**

Προτού δοθούν τα θέματα στους μαθητές καλό είναι ν**α λύνονται μέχρι τελικού αποτελέσματος**. Έτσι ελαχιστοποιείται η πιθανότητα να δοθούν λανθασμένα θέματα ή θέματα που η επίλυσή τους είναι δύσκολη στον προβλεπόμενο χρόνο. Επίσης καλό **είναι να «ρίχνει μια ματιά» και κάποιος φιλόλογος.**

Τα θέματα είναι **προτιμότερο να είναι γραμμένα στον υπολογιστή**. **Αν δίνονται σε χειρόγραφη μορφή**, επιβάλλεται να είναι **ευανάγνωστα**.

Παράδειγμα καλογραμμένου θέματος
ΘΕΜΑ Γ
Θεωρούμε τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) με ΑΔ=ΑΒ=ΒΓ=α και ΓΔ=2α και τα ύψη του ΑΗ και ΒΖ. Να αποδείξετε ότι:



(Γ1). **(α).** $ΔΗ=ΖΓ=\frac{α}{2}$.

(α). $Α\hat{Δ}Γ = 60°$.

(Γ2). Αν Κ, Λ τα μέσα των διαγωνίων ΒΔ, ΑΓ, να αποδειχθεί ότι :

(α). Το ΚΛΓΖ είναι παραλληλόγραμμο.

(β). Το ΚΛΒΑ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

Μονάδες 8+5+6+6

Καλό είναι αποφεύγεται η επιλογή **αυτούσιων θεμάτων** από **«βοηθητικά»** βιβλία**.**

Κατά την τελευταία εβδομάδα των μαθημάτων καλό είναι να δίνονται προς διαπραγμάτευση διαγωνίσματα εξετάσεων προηγούμενων ετών.

Εάν τεθεί πρόβλημα στο 4ο θέμα, καλό είναι να έχει σχέση με την πραγματικότητα.

Σε σχέση με τα θέματα της Τράπεζας θεμάτων της Α και Β Λυκείου :
Δεν έχουμε πλέον κλήρωση θεμάτων, όμως η Τράπεζα θεμάτων εξακολουθεί να υφίσταται ως εκπαιδευτικό υλικό, όπως είχαμε παλαιότερα τα βιβλία του Κ.Ε.Ε. Τα βιβλία του Κ.Ε.Ε.

είχαν αποδειχθεί πολύ χρήσιμα. Το ίδιο μπορεί να ισχύσει και για την Τράπεζα θεμάτων.
Τα θέματα από την Τράπεζα θεμάτων μπορούν να επιλεγούν αυτούσια είτε τροποποιημένα. Θα προτιμούσα να είναι τροποποιημένα.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΣΕ ΠΑΛΑΙΟΤΕΡΑ ΘΕΜΑΤΑ

Σε θέμα θεωρίας υπήρχε και άσκηση.

Ζητήθηκε απόδειξη θεωρίας που δεν υπήρχε στο σχολικό βιβλίο.

Στο ίδιο θέμα υπήρχαν περισσότερες από μία ασκήσεις.

Μία άσκηση περιλάμβανε ένα μόνο ερώτημα.

Οι διατυπώσεις των θεμάτων ήταν ασαφείς .

Μερικά από τα θέματα, που δόθηκαν χειρόγραφα, ήταν εξαιρετικά δυσανάγνωστα.

Στο ίδιο Γυμνάσιο, δόθηκαν τα ίδια ακριβώς θέματα δυο διαδοχικές χρονιές.

Σε Λύκειο το 1ο θέμα αποτελείτο από θεωρία και άσκηση.

Το **2ο** ή **3ο** ή το **4ο** θέμα αποτελείτο από μια άσκηση και ερωτήσεις θεωρίας ή από μια άσκηση αποτελούμενη από **ένα μόνο** ερώτημα.

Τα θέματα ήταν πολλά και **μη αντιμετωπίσιμα στον προβλεπόμενο χρόνο.**

Το **σχήμα δεν ήταν σωστό** (π.χ. δινόταν τρίγωνο ΑΒΓ με δεδομένο ότι ΑΒ < ΑΓ και στο σχήμα ήταν ολοφάνερο ότι το ΑΒ ήταν μεγαλύτερο από το ΑΓ).

Χρησιμοποιήθηκε συμβολισμός που δεν υπάρχει στα σχολικά βιβλία.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΜΗ ΣΥΝΝΟΜΩΝ ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ «ΣΩΣΤΟΥ – ΛΑΘΟΥΣ»

Παράδειγμα 1

Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα, τότε ισχύει $g\left(\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}\right) > g\left(\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}\right)$

Δεν μπορεί να μπει τέτοια ερώτηση, γιατί στην ουσία είναι άσκηση, αφού χρειάζεται υπολογισμός τωνν οριζουσών.

Παράδειγμα 2

Η εξίσωση $x^4 = 16$ έχει μοναδική λύση την $x = 2$.
Στην ουσία πρόκειται για άσκηση, εύκολη μεν, αλλά άσκηση.

Παράδειγμα 3

Η συνάρτηση $f(x) = συν\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$ είναι άρτια

Για τον ίδιο, όπως και παραπάνω λόγο, δεν μπορεί να μπει τέτοια ερώτηση.

Παράδειγμα 4
Τα ποσά «αριθμός εργατών και «χρόνος αποπεράτωσης» μιας οικοδομικής εργασίας είναι ανάλογα.

Παράδειγμα 5
«Σε κάθε κανονικό πολύγωνο ισχύει η σχέση $\alpha_\nu^2 + \frac{\lambda_\nu^2}{4} = R^2$».
Αν θέλουμε να βάλουμε τέτοιο θέμα, πρέπει να πούμε τι παριστάνει το κάθε σύμβολο.
Επομένως ένα τέτοιο θέμα πρέπει να πάρει την εξής μορφή :
« Αν α_ν είναι το απόστημα και λ_ν είναι η πλευρά κανονικού πολυγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R, τότε ισχύει $\alpha_\nu^2 + \frac{\lambda_\nu^2}{4} = R^2$».

ΘΕΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΑ ΥΠΑΡΧΟΝΤΑ ΣΧΟΛΙΚΑ ΒΙΒΛΙΑ

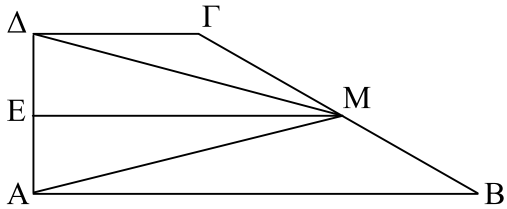
Μπορούμε να βάλουμε θέματα από τα Σχολικά βιβλία, αρκεί να γίνει κατάλληλη τροποποίση στην διατύπωση.

Παράδειγμα κατασκευής θέματος Γεωμετρίας Α Λυκείου

Στο Σχολικό βιβλίο Γεωμετρίας της Α Λυκείου, στη σελ. 115 υπάρχει το εξής θέμα :

2. *Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με Α = Δ = 90° και ΒΓ = 2ΓΔ. Αν Μ είναι το μέσο της ΒΓ, να αποδείξετε ότι $\widehat{AM\Gamma} = 3\widehat{MAB}$.*

Το θέμα αυτό μπορεί να προσαρμοστεί για τις ανάγκες των εξετάσεων ως εξής :
Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^0$, $B\Gamma = 2 \cdot \Delta\Gamma$ και Μ, Ε μέσα των ΒΓ, ΔΑ. Να δείξετε ότι :
(α). Το τρ. ΓΔΜ είναι ισοσκελές.
(β). Το τρ. ΜΔΑ είναι ισοσκελές.
(γ). $A\hat{M}\Gamma = 3 \cdot M\hat{A}B$



Παράδειγμα κατασκευής θέματος Άλγεβρας ΒΛυκείου
(Από το Σχ. βιβλίο της Άλγεβρας Β Λυκείου σελ. 147)

Να βρείτε τα διαστήματα, στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^4 - 5x^3 + 3x^2 + x$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα x'x.
Το θέμα αυτό μπορεί να προσαρμοστεί για τις ανάγκες των εξετάσεων ως εξής :
Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^4 - 5x^3 + 3x^2 + x$.
(α). Να αποδείξετε ότι το 1 είναι ρίζα της f.
(β). Να γράψετε το f(x) ως γινόμενο ενός δευτεροβάθμιου και δυο πρωτοβάθμιων πολυωνύμων.

(γ). Να βρείτε τα διαστήματα, στα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από τον άξονα x'x.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΑ

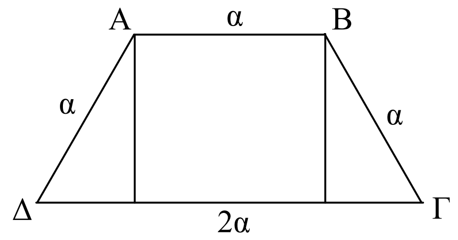
Σε θέματα Γεωμετρίας μπορούμε να δώσουμε σχήμα, μόνο εφόσον είναι πάρα πολύ δύσκολο να γίνει από τα παιδιά.

Παράδειγμα

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ // ΔΓ).

Είναι ΔΑ = ΑΒ = ΒΓ και ΔΓ = 2·ΑΒ, …..

Είναι προφανές ότι σε τέτοιες περιπτώσεις το σχήμα πρέπει να δίνεται και να χρησιμοποιείται από τους μαθητές.



ΟΔΗΓΙΕΣ ΒΑΘΜΟΛΟΓΗΣΗΣ

Παρατηρήσεις πάνω στη βαθμολόγηση 2ου, 3ου, 4ου θέματος με υποερωτήματα (Α), (Β), (Γ)

(1). Είναι προφανές ότι αν ένας μαθητής παραλείψει το (α) και απαντήσει σωστά στο (β) (χρησιμοποιώντας τα συμπεράσματα του (α)), τότε δεν παίρνει τις μονάδες του (α), παίρνει όμως όλες τις μονάδες του (β).

(2). Αν ένας μαθητής απαντήσει πρώτα στο (β) (χωρίς να χρησιμοποιήσει τα συμπεράσματα του Α) και στη συνέχεια απαντήσει στο (α) (χρησιμοποιώντας το (β)), τότε παίρνει όλες τις μονάδες του Α και όλες του Β.

(3). Αν ένας μαθητής απαντήσει πρώτα στο Β (χρησιμοποιώντας τα συμπεράσματα του Α) και στη συνέχεια απαντήσει στο Α (χρησιμοποιώντας το Β), τότε παίρνει όλες τις μονάδες του Β και όχι του Α.

ΒΑΘΜΟΣ ΔΥΣΚΟΛΙΑΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

- Τα θέματα που βάζουμε δεν πρέπει να είναι ούτε δύσκολα ούτε εύκολα, αλλά διαβαθμισμένης δυσκολίας, σύμφωνα με το μέσο επίπεδο της τάξης.
- Μια συνήθης πρακτική που συνήθως ακολουθούμε σε δύσκολα υποερωτήματα είναι να δίνουμε σ' αυτά λίγες μονάδες.
- **<u>Αν σε ένα διαγώνισμα υπάρξει αποτυχία, τότε το σημαντικό μερίδιο ευθύνης το έχει ο διδάσκων</u>.**

ΠΑΡΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΩΝ

Διαγώνισμα Γεωμετρίας Β Λυκείου

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη ***Σωστό*** ή ***Λάθος***.

(α). Το εμβαδόν τριγώνου ΑΒΓ δίνεται από τον τύπο . $\mathrm{E} = \frac{1}{2}\alpha \cdot \beta \cdot \eta\mu \mathrm{A}$

Μονάδες 2

(β). Το εμβαδόν ρόμβου με διαγωνίους δ_1, δ_2 είναι ίσο με $\mathrm{E} = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}$.

Μονάδες 2

(γ). Το μήκος τόξου σε κύκλο (Ο,R) δίνεται από τον τύπο $\ell = \alpha \cdot R$, όπου α το μέτρο του τόξου σε rad.

Μονάδες 2

(δ). Αν Ρ είναι εξωτερικό σημείο ενός κύκλου, ΡΕ ένα εφαπτόμενο τμήμα και ΡΑΒ μια τέμνουσα, τότε $\mathrm{PE}^2 = \mathrm{PA} \cdot \mathrm{PB}$.

Μονάδες 2

(ε). Η πλευρά λ_3 ισοπλεύρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο (Ο,R) δίνεται από τον τύπο $\lambda_3 = R\sqrt{3}$.

Μονάδες 2

Β. Να αποδειχθεί ότι «σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτείνουσας επί την προβολή της πλευράς αυτής στην υποτείνουσα».

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = 5, ΑΓ = 6, ΒΓ = 7.

Α. Να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι οξυγώνιο.

Μονάδες 7

Β. Να βρεθεί το μήκος της διαμέσου ΒΜ και της προβολής της διαμέσου ΒΜ πάνω στην ΑΓ.

Μονάδες 9

Γ. Να αποδειχθεί ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι $6\sqrt{6}$ και στη συνέχεια να βρεθούν οι ακτίνες του περιγεγραμμένου και εγγεγραμμένου στο ΑΒΓ κύκλων.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ πλευράς α εγγεγραμμένο σε κύκλο κέντρου Ο. Στην πλευρά ΒΓ θεωρούμε σημείο Δ έτσι ώστε ΒΔ = $a/3$. Η προέκταση της ΑΔ τέμνει τον κύκλο στο σημείο Ε.

Α. Να αποδειχθεί ότι ΑΔ = $\dfrac{\alpha\sqrt{7}}{3}$.

Μονάδες 8

Β. Να υπολογισθεί το ΔΕ.

Μονάδες 9

Γ. Να βρεθεί ο λόγος $\dfrac{(\mathrm{AB\Delta})}{(\mathrm{E\Delta\Gamma})}$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται τεταρτοκύκλιο κέντρου Ο και με κάθετες ακτίνες ΟΑ = ΟΒ = R. Ο κύκλος (Α,R) τέμνει το τόξο $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ στο Η και τη χορδή ΑΒ στο Ε. Να υπολογισθούν :

Α. Το μήκος x της χορδής ΒΗ.

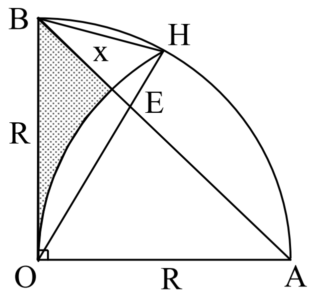
Μονάδες 6

Β. Το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΒΕ.

Μονάδες 6

Δ. Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου.

Μονάδες 7



__Οδηγίες__

- Απαντούμε σε όλα τα θέματα.
- Τα θέματα γράφονται με μπλε ή μαύρο στυλό.

- Δεν γίνεται χρήση μολυβιού, εκτός από το σχε-διασμό σχημάτων. Επίσης μολύβι μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο πρόχειρο.
- Δεν χρησιμοποιείται υπολογιστής τσέπης.
- Τα θέματα διαπραγματεύονται με οποιαδήποτε σειρά.
- Μπορούμε να παραλείψουμε κάποιο υποερώτημα και να το θεωρήσουμε ως δεδομένο στα επόμενα ερωτήματα.

Διαγώνισμα Μαθηματικών Α Γυμνασίου

ΘΕΩΡΙΑ 1.

(Α). Πότε δυο ποσά λέγονται ανάλογα ;

(Β). Αν τα ποσά x, y είναι ανάλογα, τι ονομάζεται συντελεστής αναλογίας α και πως συνδέεται με τα x, y ;

(Γ). Αν δυο ποσά x, y είναι ανάλογα, τότε :

(α). Το γινόμενο $x \cdot y$ είναι σταθερό

(β). Το πηλίκο y/x είναι σταθερό.

(γ). Το άθροισμα $x + y$ είναι σταθερό.

Μεταξύ των (α), (β), (γ) να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

ΘΕΩΡΙΑ 2.

(Α). Τι ονομάζεται χορδή ενός κύκλου (Ο,ρ) ;

(Β). Αν Α, Β είναι σημεία ενός κύκλου, τι ονομάζεται χορδή;

(Γ). Μεταξύ των (α), (β) να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(α). Η διάμετρος είναι η μεγαλύτερη χορδή ενός κύκλου.

(β). Η διάμετρος είναι η μικρότερη χορδή ενός κύκλου.

ΑΣΚΗΣΗ 1.

Δίνονται οι παραστάσεις : $A = 2^4 + (-2)\cdot(-3) + (-7+1)\cdot(-2+4)$

$$B = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) : \frac{1}{10} + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)\cdot\frac{6}{5}$$

$$\Gamma = 2\cdot A^3 + A\cdot B.$$

(α). Να αποδειχθεί ότι $A = 10$ και $B = \frac{11}{10}$.

(β). Να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης Γ όταν τα Α, Β παίρνουν τις τιμές του ερωτήματος (α).

ΑΣΚΗΣΗ 2.

Από τους 150 μαθητές ενός γυμνασίου το 60% ασχολείται με το ποδόσφαιρο. Τα 7/10 **των υπολοίπων** ασχολούνται με το μπάσκετ και οι υπόλοιποι με το τένις.

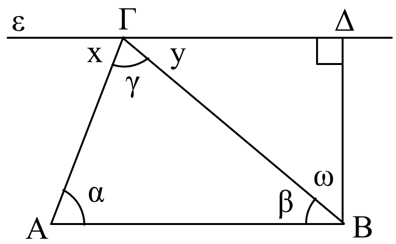
(α) Πόσοι μαθητές ασχολούνται με το ποδόσφαιρο ;

(β) Πόσοι μαθητές ασχολούνται με το μπάσκετ ;

(γ) Πόσοι μαθητές ασχολούνται με το τένις και ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών του γυμνασίου που ασχολούνται με το τένις.

ΑΣΚΗΣΗ 3.

Στο διπλανό σχήμα η ευθεία **ε** είναι παράλληλη με την πλευρά ΑΒ του τριγώνου ΑΒΓ και η ΔΒ είναι κάθετη προς την ευθεία ε. Αν στο τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία $\hat{\alpha}$ και η γωνία $\hat{\gamma}$ είναι διπλάσιες της γωνίας $\hat{\beta}$, τότε :



(α). Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ του τριγώνου ΑΒΓ.

(β). Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{\omega}$ του σχήματος αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.

<u>Οδηγίες</u>

- Απαντούμε σε ένα θέμα θεωρίας και δυο θέματα ασκήσεων.
- Τα θέματα γράφονται με μπλε ή μαύρο στυλό.
- Δεν γίνεται χρήση μολυβιού, εκτός από το σχεδιασμό σχημάτων. Επίσης μολύβι μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο πρόχειρο.
- Δεν χρησιμοποιείται υπολογιστής τσέπης.
- Τα θέματα διαπραγματεύονται με οποιαδήποτε σειρά.
- Μπορούμε να παραλείψουμε κάποιο υποερώτημα και να το θεωρήσουμε ως δεδομένο στα επόμενα ερωτήματα.

Διαγώνισμα Γεωμετρίας Β Λυκείου

ΘΕΜΑ 1.

(Α). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη ***Σωστό*** ή ***Λάθος***.

(i). Σε οποιαδήποτε ορθογώνιο οι διαγώνιοι διχοτομούν τις γωνίες του.

(ii). Βαρύκεντρο λέγεται το σημείο τομής των διαμέσων ενός τριγώνου

(iii). Δυο οποιεσδήποτε γωνίες με παράλληλες πλευρές είναι ίσες.

(iv). Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα δυο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά.

(v). Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας.

Μονάδες 2x5=10

(Β). Να αποδειχθεί ότι : Αν η διάμεσος ενός τριγώνου ισούται με το μισό της πλευράς στην οποία αντιστοιχεί, τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την πλευρά αυτή. **Μονάδες 15**

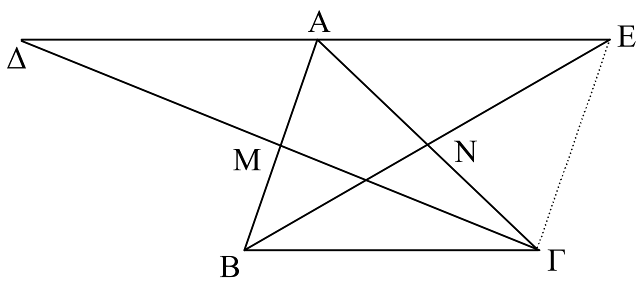
ΘΕΜΑ 2.

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τα μέσα Μ, Ν των ΑΒ, ΑΓ. Προεκτείνουμε τις ΒΝ, ΓΜ κατά ΝΕ = ΒΝ και ΜΔ = ΜΓ. Να αποδειχθούν :

(Α). ΑΕ = ΑΔ = ΒΓ.

(Β). Τα Δ, Α, Ε είναι συνευθειακά.

(Γ). Το ΑΒΓΕ είναι παραλληλ/μο.



Μονάδες 9, 8, 8

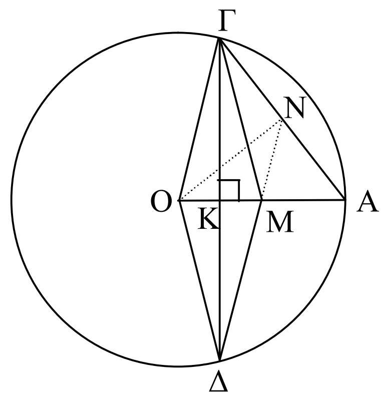
ΘΕΜΑ 3

Δίνεται κύκλος (Ο,ρ), η ακτίνα του ΟΑ το Μ μέσο του ΟΑ και το Κ μέσο του ΟΜ. Από Κ φέρνουμε κάθετη στην ΟΑ που τέμνει τον κύκλο στα Γ, Δ. Η ΔΜ τέμνει την ΑΓ στο Ν. Να αποδειχθούν :’

(Α). Το ΓΟΔΝ είναι ρόμβος.

(Β). Το Ν είναι μέσο του ΑΓ.

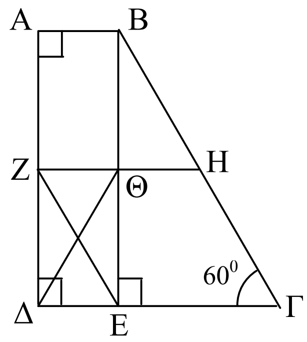
(Γ). Το τρίγωνο ΜΟΝ είναι ισοσκελές.



Μονάδες 8, 8, 9

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^0$, ΑΒ < ΔΓ και $B\Gamma = 4 \cdot AB$. Επίσης $\hat{\Gamma} = 60^0$ και τα Ζ, Η είναι τα μέσα των ΑΔ, ΒΓ. Φέρνουμε την ΒΕ ⊥ ΔΓ, η οποία τέμνει τη ΖΗ στο Θ. Να αποδειχθούν :



(Α). Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι τραπέζιο με $\Delta\Gamma = 3 \cdot AB$.

(Β). Το τετράπλευρο ΖΗΓΕ είναι παραλληλόγραμμο

(Γ). Το τετράπλευρο ΘΗΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

Μονάδες 8, 8, 9

ΜΕΡΟΣ ΙΙ

Διαγωνίσματα Α Γυμνασίου
Διαγωνίσματα Β Γυμνασίου
Διαγωνίσματα Γ Γυμνασίου
Διαγωνίσματα Άλγεβρας Α Λυκείου
Διαγωνίσματα Γεωμετρίας Α Λυκείου
Διαγωνίσματα Άλγεβρας Β Λυκείου
Διαγωνίσματα Γεωμετρίας Β Λυκείου
Διαγωνίσματα Μαθηματικών Προσανατολισμού Β Λυκείου
Διαγωνίσματα Μαθηματικών και Στοιχείων Στατιστικής Γ Λυκείου
Διαγωνίσματα Μαθηματικών Προσανατολισμού Γ Λυκείου

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ 1η

Α) Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα ;
Β) Ποια σχέση συνδέει δυο ανάλογα ποσά x, y ;
Γ) Πότε δυο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα ;
Δ) Ποια σχέση συνδέει δυο αντιστρόφως ανάλογα ποσά x, y ;

ΘΕΩΡΙΑ 2η

Α) Πότε δυο γωνίες λέγονται εφεξής; Να σχεδιαστεί κατάλληλο σχήμα .
Β) Πότε δυο γωνίες λέγονται κατακορυφήν; Να σχεδιαστεί κατάλληλο σχήμα.
Γ) Να αντιστοιχιστούν οι αριθμοί της 1ης στήλης με τα γράμματα της 2ης στήλης έτσι ώστε να προκύψει αληθής πρόταση.

1η ΣΤΗΛΗ	2η ΣΤΗΛΗ
1) οξεία γωνία	α) μέτρο ίσο με 360^o
2) πλήρης γωνία	β) μέτρο μεγαλύτερο 180^o και μικρότερο 360^o
3) αμβλεία γωνία	γ) μέτρο μικρότερο των 90^o
4) μη κυρτή γωνία	δ) μέτρο μεγαλύτερο 90^o και μικρότερο 180^o

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1η

Δίνονται οι παραστάσεις $\boldsymbol{\alpha} = 5^3 + (3\cdot 7 - 20)^{10} - 6^2 : 12 - 2\cdot 61$

$$\boldsymbol{\beta} = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{3}\right)\cdot\frac{1}{2}$$

$$\boldsymbol{\gamma} = \frac{\beta + \alpha}{2 - \beta}$$

Α) Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης **α**.
Β) Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης **β.**
Γ) Αν $\boldsymbol{\alpha} = 1$ και $\boldsymbol{\beta} = \frac{5}{6}$ να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης $\boldsymbol{\gamma} = \frac{\beta + \alpha}{2 - \beta}$ και να γραφτούν οι αριθμοί **α**, **β**, **γ** στην σειρά, από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο.

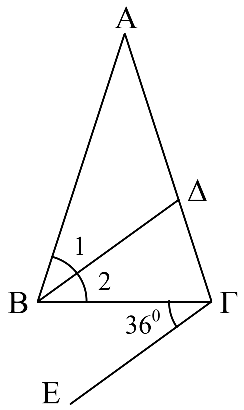
ΑΣΚΗΣΗ 2η

Ο Γιώργος αγόρασε ένα ποδήλατο αρχικής τιμής 240 € με έκπτωση 15%.
Α) Πόσα ευρώ είναι η έκπτωση και ποια είναι η τιμή του ποδηλάτου μετά την έκπτωση;
Β) Εάν για την αγορά του ποδηλάτου έδωσε τα $\frac{3}{4}$ των χρημάτων του , πόσα χρήματα είχε μαζί του;
Γ) Να βρεθεί πόσα χρήματα του περίσσεψαν μετά την αγορά του ποδηλάτου. Τι ποσοστό των αρχικών χρημάτων αποτελούν τα χρήματα που του περίσσεψαν

ΑΣΚΗΣΗ 3η

Στο διπλανό σχήμα έχουμε τα παρακάτω δεδομένα :

- το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με ΑΒ = ΑΓ
- $B\hat{\Gamma}E = 36^0$
- ΒΔ διχοτόμος της γωνίας $A\hat{B}\Gamma$
- ΒΔ // ΓΕ



Α) Να υπολογισθεί η γωνία $\Delta\hat{B}\Gamma$.

Β) Να υπολογισθούν οι γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.

Γ) Να υπολογισθεί η γωνία $A\hat{\Delta}B$ και να εξετασθεί το είδος του τριγώνου ΔΑΒ ως προς τις γωνίες του. Επίσης να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο ΔΑΒ έχει δυο γωνίες ίσες.

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ 1η

Α) Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ομόσημοι και ποιοι ετερόσημοι; Να δοθεί από ένα παράδειγμα, δηλ. δυο ομόσημους και δυο ετερόσημους αριθμούς.

Β) Τι ονομάζεται απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού. Να γραφεί ένα παράδειγμα.

Γ) Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση το γράμμα **Σ**, αν η πρόταση είναι σωστή, και το γράμμα **Λ**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη,

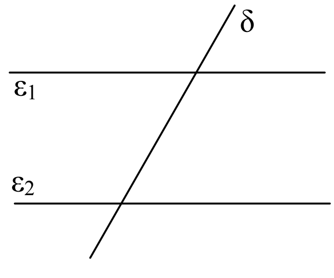
1) Αντίθετοι αριθμοί ονομάζονται δύο αριθμοί που είναι ετερόσημοι και έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.
2) Η απόλυτη τιμή του μηδενός είναι το μηδέν.
3) Το μηδέν είναι μεγαλύτερο από κάθε θετικό αριθμό και μικρότερο από κάθε αρνητικό.
4) Μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

ΘΕΩΡΙΑ 2η

Α) Πότε μια ευθεία λέγεται μεσοκάθετος ενός ευθυγράμμου τμήματος;

Β) Ένα σημείο Μ ανήκει στη μεσοκάθετο ενός ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ. Να συγκριθούν οι αποστάσεις του σημείου Μ από τα Α και Β.

Γ) Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες και η ευθεία (δ) τις τέμνει. Να χαρακτηρισθούν οι παρακάτω προτάσεις ως Σ (Σωστές) ή Λ (Λάθος).



(i). Οι εντός εναλλάξ γωνίες είναι ίσες

(ii). Οι εντός – εκτός και επί τα αυτά γωνίες είναι παραπληρωματικές.

(iii). Οι εκτός και επί τα αυτά γωνίες είναι παραπληρωματικές.

(iv). Οι εντός και επί τα αυτά γωνίες είναι παραπληρωματικές.

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1η

Δίνονται οι παραστάσεις : $\mathbf{\Delta} = 4^3 + 2^4 - 3^3 \cdot 5^2 \cdot (-1)$

$$\boldsymbol{\delta} = \left(10^2 - 6^2\right) : 8^2 + 3 \cdot \left(2^5 - 3^3\right) \Bbbk$$

Α) Να υπολογιστούν οι παραστάσεις **Δ, δ**

Γ) Αν **Δ**=755 και **δ**=16, να γίνει η Ευκλείδεια διαίρεση $\mathbf{\Delta} : \boldsymbol{\delta}$. Να γραφούν ο διαιρετέος, ο διαιρέτης, το πηλίκο, το υπόλοιπο και η ισότητα που συνδέει τις παραπάνω ποσότητες.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Σε ένα χωράφι τα $\frac{3}{5}$ της έκτασής του είναι καλλιεργήσιμα. Το $\frac{1}{4}$ του καλλιεργήσιμου τμήματος είναι φυτεμένο με πατάτες. Το υπόλοιπο καλλιεργήσιμο τμήμα του χωραφιού είναι φυτεμένο με καλαμπόκι. Δίνεται ότι το μέρος του χωραφιού που είναι φυτεμένο με πατάτες είναι 522 m^2. Να υπολογισθούν :

Α) Πόση έκταση έχει ολόκληρο το χωράφι και πόση από αυτήν είναι καλλι- εργήσιμη.

Β) Πόση έκταση είναι φυτεμένη με καλαμπόκι.

Γ) Ποιο είναι το ποσοστό ολοκλήρου του χωραφιού που είναι φυτεμένο με καλαμπόκι.

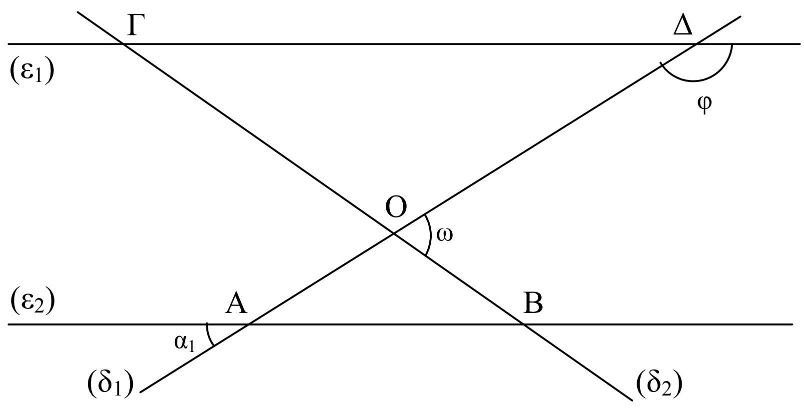
ΑΣΚΗΣΗ 3η

Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες και οι δ_1, δ_2 τέμνονται στο Ο. Το τρίγωνο ΟΑΒ είναι ισοσκελές (ΟΑ = ΟΒ). Επίσης $\hat{\alpha}_1 = 30^0$.

Α) Να υπολογιστούν οι γωνίες του τριγώνου ΟΑΒ.

Β) Να υπολογιστούν οι γωνίες του τριγώνου ΟΓΔ.

Γ) Να υπολογιστούν οι γωνίες $\hat{\omega}$ και $\hat{\varphi}$.



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 3

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ 1η

Α) Τι ονομάζεται Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (Μ.Κ.Δ.) δυο φυσικών αριθμών α και β.

Β) Τι ονομάζεται Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) δυο φυσικών αριθμών α και β.

Γ) Πότε ένας φυσικός αριθμός λέγεται πρώτος;

<u>ΘΕΩΡΙΑ</u> $2^η$

Α) Τι ονομάζουμε : (α). Οξεία γωνία,
(β). Αμβλεία γωνία
(γ). Ευθεία γωνία
(δ). πλήρη γωνία.

Για κάθε περίπτωση να δοθεί κατάλληλο σχήμα.

Β) (α) Πότε δυο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές ;
(β) Πότε δύο γωνίες λέγονται κατακορυφήν
(γ) Ποια σχέση συνδέει τα μέτρα δυο κατακορυφήν γωνιών ;

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

<u>ΑΣΚΗΣΗ $1^η$</u>

Δίνονται οι παραστάσεις : $\Gamma = 2^2 \cdot (-2) : \left(\frac{-1}{5}\right) + 2^3 \cdot \left[(-1)\cdot(+3) + 5\right]$

$$\Delta = 8 - 3 \cdot \left(+\frac{8}{6}\right) \cdot (-2) + \left[\frac{1}{-6} : \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(+\frac{5}{12}\right)\right] : \frac{1}{12}$$

Α) Να υπολογισθούν οι Γ, Δ

Β) Αν Γ = 56 και Δ = 24 να βρεθεί ο Μ.Κ.Δ.(Γ,Δ) και το Ε.Κ.Π.(Γ,Δ).

<u>ΑΣΚΗΣΗ $2^η$</u>

Πέντε εργάτριες για να καθαρίσουν 120 κιλά μαστίχι χρειάζονται 24 ημέρες. Να βρεθούν :

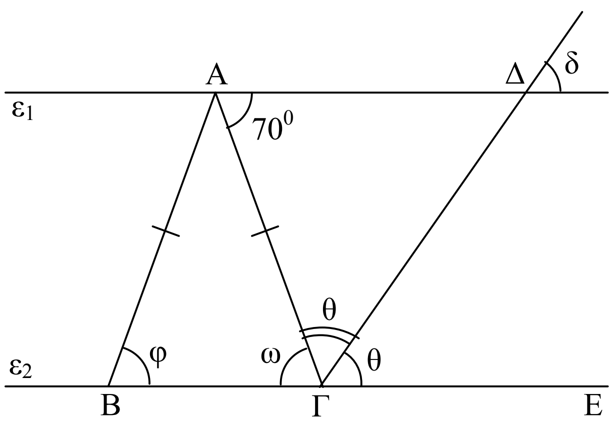
Α) Σε πόσες ημέρες θα καθαρίσουν οι 5 εργάτριες 150 κιλά μαστίχι ;

Β) Σε πόσες ημέρες θα καθαρίσουν οκτώ εργάτριες τα 120 κιλά μαστίχι ;

<u>ΑΣΚΗΣΗ $3^η$</u>

Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές (ΑΒ = ΑΓ) η $\Delta\hat{A}\Gamma = 70^0$ και $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.

Επίσης ΓΔ είναι διχοτόμος της $A\hat{\Gamma}E$. Να υπολογισθούν οι γωνίες $\hat{\varphi}$, $\hat{\omega}$, $\hat{\theta}$, $\hat{\delta}$.



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^{O}

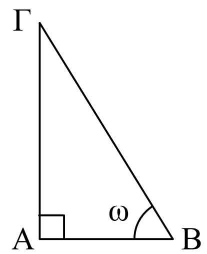
Α) Ποιο είναι το κέντρο συμμετρίας και ποιοι είναι οι άξονες συμμετρίας της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $y=\dfrac{\alpha}{x}$.

Β) Β1). Τι λέγεται κλίση της ευθείας $y=\alpha x+\beta$, $\beta\neq 0$;

Β2). Σε ποιο σημείο τέμνει η γραφική παράσταση της ευθείας $y=\alpha x+\beta$, $\beta\neq 0$ τον άξονα y΄y.

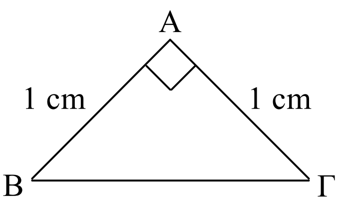
Γ) Σε ποια τεταρτημόρια βρίσκεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=\dfrac{\alpha}{x}$ για $\alpha<0$;

ΘΕΜΑ 2^{O}



Α) Δίνεται ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ $\left(\hat{A}=90^{o}\right)$ και $\hat{B}=\hat{\omega}$ η μια από τις δυο οξείες γωνίες του τριγώνου. Να συμπληρωθούν τα παρακάτω:

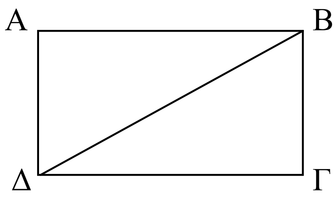
ημω = συνω = εφω =



Β) Με τη βοήθεια του ορθογωνίου και ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ ($\hat{A}=90^{o}$ και ΑΒ=ΑΓ=1cm). να υπολογισθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας 45^{o}.

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^{O}



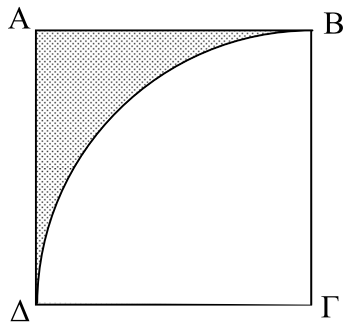
Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με περίμετρο 42 cm. Το μήκος του είναι κατά 3 cm μεγαλύτερο από το πλάτος του. Να υπολογίσθούν:

Α) Το πλάτος και το μήκος του.

Β) Η διαγώνιός του.

Γ) Το εμβαδόν του.

ΘΕΜΑ 2^{O}



Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ με περίμετρο 48 cm. Μέσα στο τετράγωνο και με ακτίνα την πλευρά του σχεδιά-ζουμε τεταρτοκύκλιο όπως στο σχήμα. Να υπολογισθούν : η πλευρά του τετραγώνου, η περίμετρο και το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.

ΘΕΜΑ 3$^{\text{Ο}}$

Δίνονται οι ανισώσεις $3(\omega+5)-4\omega \geq 2(\omega-3)$ (1)

$$\frac{7-3\omega}{12}+\frac{3}{4}-2\omega<\frac{5(5-2\omega)}{6}-4 \quad (2)$$

A) Να λυθούν την ανισώσεις (1) και (2)

B) Να βρεθούν οι κοινές ακέραιες λύσεις των παραπάνω ανισώσεων.

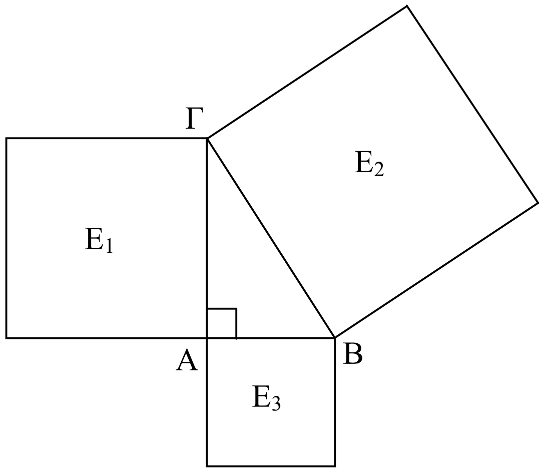
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1$^{\text{Ο}}$

A) Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

B) Έξω από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του διπλανού σχήματος κατάσκευάζουμε τετράγωνα που έχουν εμβαδά E_1, E_2, E_3. Ποια σχέση συνδέει τα εμβαδά E_1, E_2, E_3 με τη διατύπωση του Πυθαγορείου θεωρήματος στο ερώτημα Α.



ΘΕΜΑ 2$^{\text{Ο}}$

A) Οι παρακάτω προτάσεις να χαρακτηρισθούν ως Σ (Σωστές) ή Λ (Λάθος).

(i). Οι ευθείες $y=\alpha x+\beta$ και $y=\alpha x$ τέμνονται σε ένα σημείο.

(ii). Αν $\alpha>0$, τότε η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=\frac{\alpha}{x}$ βρίσκεται στο 1$^{\text{ο}}$ και 3$^{\text{ο}}$ τεταρτημόριο του συστήματος συντεταγμένων Οxy.

(iii). Η ευθεία $y=x$ είναι διχοτόμος της 2$^{\text{ης}}$ και 4$^{\text{ης}}$ γωνίας των αξόνων του συστήματος συντεταγμένων Οxy.

(iv). Η ευθεία $y=-x$ είναι διχοτόμος της 1$^{\text{ης}}$ και 3$^{\text{ης}}$ γωνίας των αξόνων του συστήματος συντεταγμένων Οxy.

B) Με τι ισούται η κλίση της ευθείας με εξίσωση $y=\alpha x$, $\alpha \neq 0$;

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1$^{\text{Ο}}$

Δίνονται οι ανισώσεις: $\frac{7x+3}{4} \leq \frac{3x+5}{2}$ (1), $\frac{-2x-3}{2}-\frac{x+2}{3}<\frac{x-10}{6}$ (2) και η εξίσωση $2\alpha \cdot x-1+\alpha=(1-\alpha)\cdot x-\frac{\alpha}{2}$ (3) με άγνωστο το x.

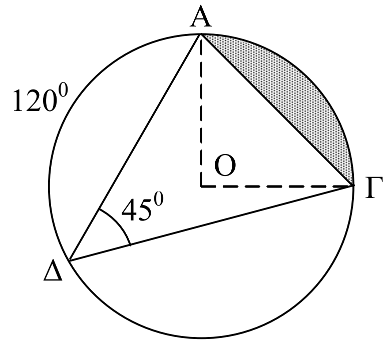
A) Να λυθούν οι ανισώσεις (1) και (2).

B) Να βρεθούν οι κοινές ακέραιες και θετικές λύσεις των ανισώσεων (1) και (2).

Γ) Αν η εξίσωση (3) έχει ρίζα τη μικρότερη κοινή θετική ακέραια ρίζα $x=1$ των ανισώσεων (1) και (2), τότε να βρείτε το α.

ΘΕΜΑ 2^{o}

Στο διπλανό σχήμα έχουμε τον κύκλο (Ο,ρ) με $ΑΓ = 2\sqrt{2}$ cm και $Α\hat{Δ}Γ=45^{o}$. Να υπολογίσετε:



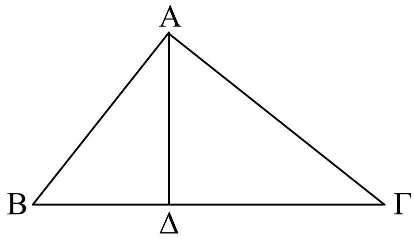
α) Την γωνία $Α\hat{Ο}Γ$, την ακτίνα και το μήκος του κύκλου.

β) Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου κυκλικού τμήματος.

γ) Το μήκος του τόξου $\overset{\frown}{ΓΔ}$.

ΘΕΜΑ 3^{o}

Στο διπλανό τρίγωνο ΑΒΓ το ΑΔ είναι ύψος με μήκος 24 cm. Επίσης ισχύει: ημΒ=$\frac{12}{13}$ και εφΓ=0,75.



Α) Να βρείτε τας μήκη των τμημάτων ΑΒ, ΓΔ, ΒΔ, ΑΓ και να εξετάσετε αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

Β) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς συνΒ, εφΒ, ημΓ και συνΓ.

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 3

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^{o}

Α. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α.

Β) Συμπληρώστε την παρακάτω σχέση ώστε να ικανοποιείται ο ορισμός της τετραγωνικής ρίζας : Αν $\sqrt{α} = x$, όπου $α \geq 0$, τότε $x \geq ...$ και $x^2 = ...$

Γ) Ορίζεται η τετραγωνική ρίζα αρνητικού αριθμού; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ 2^{o}

Α) Τι ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία σε κύκλο (Ο,ρ) ;

Β) Ποια σχέση συνδέει την εγγεγραμμένη με την επίκεντρη γωνία που έχουν το ίδιο αντίστοιχο τόξο ;

Γ. Πόσες μοίρες είναι η εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο; Δικαιολογήστε την απάντηση σας.

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^{o}

Δίνονται οι ανισώσεις $2(3x-1) \geq x - 12$ (1) και $\frac{x-2}{2} - x > \frac{x+3}{3} - 7x$ (2) καθώς και η παράσταση $K = \sqrt{\sqrt{49} + \frac{\sqrt{16}}{2}}$

Α. Να βρεθούν, αν υπάρχουν, οι κοινές λύσεις των ανισώσεων: (1) και (2).

Β. Να βρεθεί η τιμή της παράστασης Κ και να εξετασθεί αν η τιμή αυτή ανήκει στις κοινές λύσεις των ανισώσεων του ερωτήματος (Α).

ΘΕΜΑ 2^{Ο}

x	2	3	
y		8	24

Τα ποσά x, y του διπλανού πίνακα είναι αντιστρόφως ανάλογα.

Α. Να συμπληρωθεί ο πίνακας (δικαιολογώντας την απάντηση σας) και στην συνέχεια να εκφρασθεί το y ως συνάρτηση του x.

Β. Το σημείο Α(x,6) ανήκει στην γραφική παράσταση της συνάρτησης του ερωτήματος Α. Να βρεθεί η τετμημένη x του σημείου Α.

Γ. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο Α του ερωτήματος Β. Ποια είναι η κλίση της ευθείας αυτής;

ΘΕΜΑ 3^{Ο}

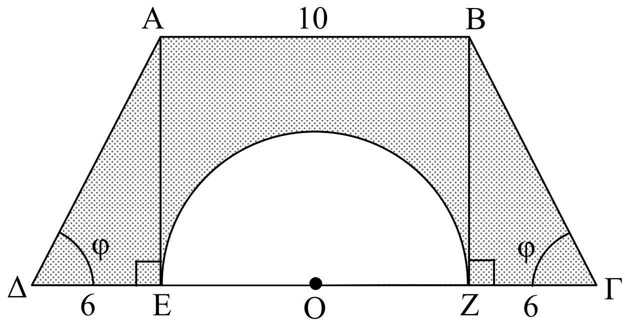
Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΔ=ΒΓ) και φέρουμε τα ύψη του ΑΕ και ΒΖ. Δίνονται:

$ΑΒ = 10$, $ΔΕ = ΖΓ = 6$ και $ημφ = \frac{4}{5}$.

Α. Να βρείτε τα τμήματα ΑΔ, ΑΕ και ΕΖ.

Β. Να βρείτε το εμβαδόν του τραπεζίου ΑΒΓΔ.

Γ. Δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο ΕΖ. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1ο

(A). Τι λέγεται ταυτότητα.

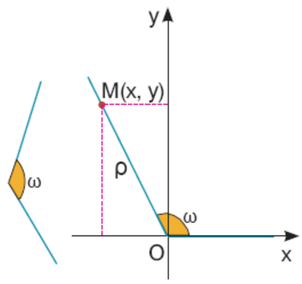
(B). Να αναπτυχθούν οι ταυτότητες :

(i). $(\alpha-\beta)^2=\cdots$ (ii). $(\alpha+\beta)\cdot(\alpha-\beta)=\cdots$ (iii). $(\alpha+\beta)^3=\cdots$

(Γ). Να αποδειχθεί η ταυτότητα : $(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2$.

ΘΕΜΑ 2ο

(A). Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος να ορισθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας ω (ημω, συνω, εφω)



(B). Αν για τις γωνίες ω και φ ισχύουν $0\le\omega\le180^0$ και $0\le\varphi\le180^0$, να χαρακτηρισθούν οι παρακάτω προ-τάσεις με την ένδειξη Σ (Σωστή) ή Λ (Λάθος).

(i). $\eta\mu(180^0-\omega)=\eta\mu\omega$ (ii). $\sigma\upsilon\nu(180^0-\omega)=\sigma\upsilon\nu\omega$

(iii). $\eta\mu\omega+\sigma\upsilon\nu\omega=1$ (iv) $\varepsilon\varphi\omega=\dfrac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$, με $\sigma\upsilon\nu\omega\neq0$

(v). Αν $\eta\mu\omega=\eta\mu\varphi$, τότε αναγκαστικά $\omega=\varphi$.

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Δίνονται οι παραστάσεις : $A=x^4-16x^2$ $B=x^2+6x+9$

$\Gamma=x^3-9x+3x^2-27$ $\Delta=x^2-3x$

$$K=\frac{x^4-16x^2}{x^2+5x+9}:\frac{(x^2-3x)\cdot(x+4)}{x^3-9x+3x^2-27}$$

(A). Να γραφούν :

(α). Το Α ως γινόμενο ενός δευτεροβάθμιου και δυο πρωτοβάθμιων πολυωνύμων.

(β). Το Β ως τετράγωνο ενός πρωτοβάθμιου πολυωνύμου

(γ). Το Γ ως γινόμενο ενός πρωτοβάθμιου πολυωνύμου και ενός τετραγώνου πρωτοβάθμιου πολυωνύμου.

(δ). Το Δ ως γινόμενο δυο πρωτοβάθμιων πολυωνύμων.

(B). Να αποδειχθεί ότι $K=x\cdot(x-4)$.

(Γ). Να βρεθούν οι τιμές του x για τις οποίες ισχύει $K=-3$.

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται το σύστημα $\left\{\begin{array}{l}\dfrac{x+1}{2}-\dfrac{y+2x+2}{4}=\dfrac{2-x}{5}\\[2mm]\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{3x+2y}{5}-\dfrac{11+x}{15}\end{array}\right\}$.

(Α). Να αποδειχθεί ότι το παραπάνω σύστημα μπορεί να πάρει τη μορφή $\left\{\begin{array}{c}4x-5y=8\\ x+2y=2\end{array}\right\}$.

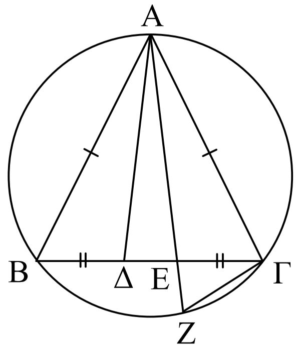
(Β). Να λυθεί το σύστημα $\left\{\begin{array}{c}4x-5y=8\\ x+2y=2\end{array}\right\}$.

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) εγγεγραμμένο σε κύκλο. Θεωρούμε τα σημεία Δ και Ε πάνω στο ΒΓ τέτοια ώστε ΒΔ = ΓΕ. Προεκτείνουμε την ΑΕ μέχρι το σημείο Ζ του κύκλου. Να αποδειχθούν :

(Α). Τα τρίγωνα ΑΔΒ και ΑΕΓ είναι ίσα.

(Β). Τα τρίγωνα ΑΔΒ και ΑΓΖ είναι όμοια.



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1ο

(Α). (i). Τι ονομάζεται μονώνυμο.

(ii). Πότε δυο μονώνυμα λέγονται όμοια ; Να γραφεί ένα παράδειγμα.

(iii). Πότε δυο μονώνυμα λέγονται αντίθετα ; Να γραφεί ένα παράδειγμα.

(Β). Να αναπτυχθούν οι ταυτότητες :

(i). $(\alpha-\beta)^3=\cdots$ (ii). $(\alpha+\beta)\cdot(\alpha-\beta)=\cdots$ (iii). $(\alpha-\beta)^2=\cdots$

(ii). Να αποδειχθεί ότι $(\alpha+\beta)^3=\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3$.

ΘΕΜΑ 2ο

(Α). (i). Τι ονομάζεται διάμεσος τριγώνου.

(ii). Τι ονομάζεται ύψος τριγώνου

(Β). Να χαρακτηρισθούν οι παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη Σ (Σωστή) ή Λ (Λάθος).

(i). Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και την περιεχόμενη γωνία τους ίση, τότε είναι ίσα.

(ii). Αν δύο τρίγωνα έχουν και τις τρεις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι πάντοτε ίσα.

(iii). Αν δύο τρίγωνα έχουν μία πλευρά ίση και τις προσκείμενες στην πλευρά αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

(iv). Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα, όταν έχουν δύο αντίστοιχες πλευρές ίσες μία προς μία

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Δίνεται το σύστημα $\left\{\begin{array}{c}2(x+1)+3(y+2)=21\\ 4(x-2)-3(y+1)=3(x-y)+y-12\end{array}\right\}$ (1).

(Α). Να αποδειχθεί ότι το σύστημα (1) μπορεί να πάρει τη μορφή $\left\{\begin{array}{c}2x+3y=13\\ x-y=-1\end{array}\right\}$ (2).

(Β). Να λυθεί το σύστημα (2)..

(Γ) Αν η λύση του συστήματος του (2) είναι η (x,y)=(2,3), τότε να βρεθούν οι τιμές των α, β ώστε και το σύστημα $\left\{\begin{array}{c} \alpha x+\beta y=10 \\ 5\alpha x+2\beta y=14 \end{array}\right\}$ να έχει την ίδια λύση (x,y)=(2,3) με το σύστημα (2).

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται τα πολυώνυμα $A=x^2-1$, $B=x^3-x$ και η εξίσωση $\frac{x+4}{x^3-x}+\frac{1}{x^2-1}=\frac{1}{x+1}$ (1).

(Α). Να γραφούν :

(α). Το Α ως γινόμενο δυο πρωτοβάθμιων πολυωνύμων.

(β). Το Β ως γινόμενο τριών πρωτοβάθμιων πολυωνύμων

(Β). Να βρεθεί το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των Α και Β.

(Γ). Να λυθεί η εξίσωση (1).

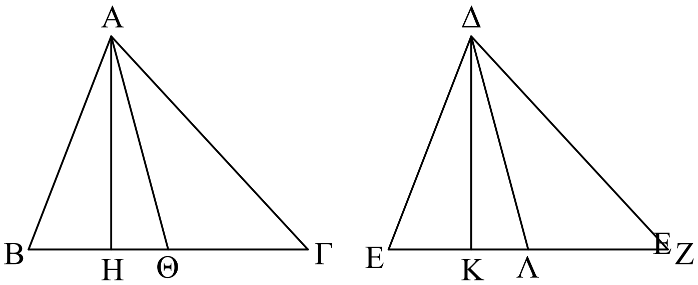
ΘΕΜΑ 3ο

Σε δύο ίσα οξυγώνια τρίγωνα ΑΒΓ, ΔΕΖ φέρνουμε τα ύψη ΑΗ, ΔΚ και τις διαμέσους τους ΑΘ, ΔΛ. Να αποδειχθεί ότι :

(Α). ΑΗ = ΔΚ.

(Β). ΑΘ = ΔΛ.

(Γ). ΗΘ = ΚΛ.



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 3

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1ο

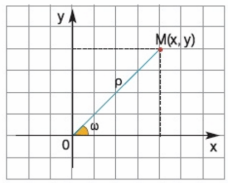
(Α). Να γραφεί η γενική μορφή της εξίσωσης 2ου βαθμού με έναν άγνωστο καθώς και ο τύπος της διακρίνουσας της εξίσωσης.

(Β). Ποιο είναι το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης 2ου βαθμού. Σε περίπτωση που υπάρχουν λύσεις, ποιες είναι αυτές.

(Γ). Αν η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0,\ \alpha\neq 0$ έχει διακρίνουσα $\Delta>0$ και ρ_1, ρ_2 οι λύσεις της, να γραφεί το τριώνυμο $\alpha x^2+\beta x+\gamma$ σε παραγοντοποιημένη μορφή.

ΘΕΜΑ 2ο

(Α). Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος να αποδειχθεί ότι $\eta\mu^2\omega+\sigma\upsilon\nu^2\omega=1$



(Β). Να χαρακτηρισθούν οι παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη Σ (Σωστή) ή Λ (Λάθος).

(i) Τα ημίτονα δύο παραπληρωματικών γωνιών είναι ίσα.

(ii) Οι εφαπτόμενες δύο παραπληρωματικών γωνιών είναι ίσες.

(iii) Κάθε αμβλεία γωνία έχει θετικό ημίτονο.

(iii) Κάθε οξεία γωνία έχει αρνητική εφαπτομένη.

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

(Α). Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις $A = x^3 - x^2 + x - 1$, $B = x^2 - 2x + 1$.

(Β). Να βρεθούν οι τιμές της μεταβλητής x για τις οποίες ορίζεται το κλάσμα $\frac{A}{B}$.

(Γ). Να γραφεί το κλάσμα $\frac{A}{B}$ ως πηλίκο ενός δευτεροβάθμιου και ενός πρωτοβάθμιου πολυωνύμου..

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται οι εξισώσεις $x^2 - x - 2 = 0$ (1) και $\frac{12}{x^2 - x - 2} + \frac{4}{x+1} = \frac{1}{x-2}$ (2)

(Α). Να λυθεί η εξίσωση (1).

(Β). Το τριώνυμο $x^2 - x - 2$ να γραφεί ως γινόμενο δυο πρωτοβάθμιων πολυωνύμων.

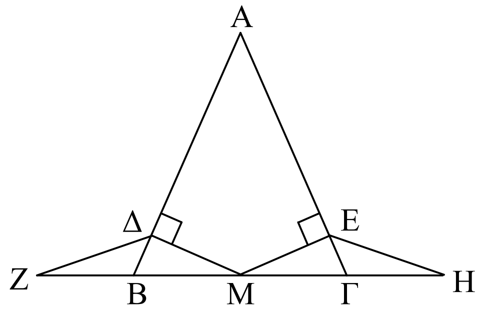
(Γ). Να λυθεί η εξίσωση (2).

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και Μ το μέσο της πλευράς ΒΓ. Επίσης φέρνουμε τις ΜΔ $\perp$ ΑΒ και ΜΕ $\perp$ ΑΓ.

(Α). Να αποδειχθεί ότι τα τρίγωνα ΜΔΒ και ΜΕΓ είναι ίσα.

(Β). Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΓ και προς το Β και προς το Γ και παίρνουμε τα τμήματα ΒΖ = ΓΗ. Να συγκριθούν τα τρίγωνα ΒΔΖ, ΓΕΗ.



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1

ΘΕΜΑ Α

(Α1). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α). Αν το τριώνυμο $x^2+\beta x+\gamma$ έχει διακρίνουσα $\Delta>0$, τότε παίρνει μόνο θετικές τιμές, για κάθε τιμή του $x\in\mathbb{R}$.

(β). Για δυο τυχαίους θετικούς αριθμούς α,β ισχύει $\sqrt{\alpha\cdot\beta}=\sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta}$

(γ). Η εξίσωση $\alpha x=0$ είναι αδύνατη για κάθε πραγματικό αριθμό β

(δ). Η απόσταση δυο τυχαίων πραγματικών αριθμών α, β δίνεται από τη σχέση $d(\alpha,\beta)=|\alpha+\beta|$

(ε). Για δυο οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει η συνεπαγωγή : Αν $\left.\begin{cases}\alpha>\beta\\ \gamma>\delta\end{cases}\right\}$, τότε $\alpha+\gamma>\beta+\delta$.

Μονάδες 2×5=10

(Α2). Να αποδειχθεί ότι για δυο οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει :

$$|\alpha\cdot\beta|=|\alpha|\cdot|\beta|$$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα Α, Β ενός δειγματικού χώρου για τα οποία ισχύει ότι :

- $P(A\cup B)=\dfrac{3}{4}$
- $P(A')=\dfrac{2}{3}$
- $P(A\cap B)=\dfrac{1}{4}$

Να βρεθούν οι πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων :

(Β1). Να συμβεί το ενδεχόμενο Α.
(Β2). Να συμβεί το ενδεχόμενο Β.
(Β3). Να μη συμβεί κανένα από τα Α, Β.
(Β4). Να συμβεί το Α, αλλά όχι το Β.
(Β5). Να συμβεί ακριβώς ένα από τα Α, Β.

Μονάδες 5+5+5+5+5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται γεωμετρική πρόοδος με τις εξής ιδιότητες :

- Ο τρίτος όρος της είναι 8.
- Το άθροισμα των 5 πρώτων όρων τηε είναι 63.

Να βρεθούν :

(Γ1). Ο $8^{ος}$ όρος της αριθμητικής προόδου.
(Γ2). Το άθροισμα $S=\alpha_4+\alpha_5+\cdots+\alpha_{10}$
(Γ3). Ποιος όρος έχει τιμή 128.

Μονάδες 9+8+8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \lambda x - \lambda^2 - 5 = 0$ (1), όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

(Δ1). Να αποδειχθεί ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες x_1, x_2 πραγματικές και ετερόσημες

(Δ2). Να βρεθούν οι τιμές του λ ώστε για τις ρίζες x_1, x_2 της (1) να ισχύει $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = x_1 + x_2$

(Δ3). Για την τιμή $\lambda = -1$ του ερωτήματος (Δ2), να βρεθεί εξίσωση $2^{ου}$ βαθμού με ρίζες $\rho_1 = x_1 - 2$ και $\rho_2 = x_2 - 2$.

Μονάδες 8+9+8

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

ΘΕΜΑ Α

(Α1). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- **(α).** Αν η διακρίνουσα της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ είναι αρνητική, τότε η εξίσωση έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες.
- **(β).** Για κάθε πραγματικό αριθμό x ισχύει: $\sqrt{x^2} = x$.
- **(γ).** Για δυο τυχαίους πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$
- **(δ).** Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α, β, γ, δ ισχύουν $\left\{\begin{matrix} \alpha < \beta \\ \gamma < \delta \end{matrix}\right\}$, τότε θα ισχύει πάντοτε $\alpha - \gamma < \beta - \delta$
- **(ε).** Κάθε εξίσωση $x^\nu = \alpha$ είναι αδύνατη όταν ν άρτιος και $\alpha < 0$.

Μονάδες 2×5=10

(Α2). Στην περίπτωση που τα απλά ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω είναι ισοπίθανα και Α, Β είναι δυο ενδεχόμενα του Ω, να αποδειχθεί ότι:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η εξίσωση $\left(|\lambda - 2| - 1\right)\left(\lambda - 2\right) x = \lambda^2 - 4$ (1).

(Β1). Να βρεθούν οι τιμές του λ για τις οποίες η (1) είναι :

- (α) αδύνατη
- (β) αόριστη, δηλ. αληθεύει για όλες τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$

(Β2). Να βρεθούν οι τιμές του λ για τις οποίες η (1) έχει μοναδική λύση, η οποία και να βρεθεί.

(Β3). Να βρεθεί η τιμή του λ για την οποία η μοναδική λύση του προηγούμενου ερωτήματος είναι ίση με 1.

Μονάδες 10+15

ΘΕΜΑ Γ
Δίνεται αριθμητική πρόοδος με τις εξής ιδιότητες :

- Ο τρίτος όρος της είναι 7.
- Το άθροισμα των 7 πρώτων όρων τηε είναι 63.

Να βρεθούν :
(Γ1). Ο $10^{ος}$ όρος της αριθμητικής προόδου.
(Γ2). Το άθροισμα $S = \alpha_{11} + \alpha_{12} + \alpha_{13} + \cdots + \alpha_{20}$
(Γ3). Πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε (ξεκινώντας από τον πρώτο όρο) ώστε να έχουμε άθροισμα 255.

Μονάδες 9+8+8

ΘΕΜΑ Δ
Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \dfrac{\sqrt{3-|x-1|}}{3x^4-48}$.
(Δ1). **(α).** Να λυθεί η εξίσωση $3x^4 - 48 = 0$.
(β). Να λυθεί η ανίσωση $3-|x-1| \geq 0$.
(Δ2). **(α).** Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της f.
(β). Να βρεθούν οι συντεταγμένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες x΄x, y΄y.

Μονάδες 6+6+7+6

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 3

ΘΕΜΑ Α
(Α1). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
(α). Για κάθε θετικό αριθμό β η ανίσωση $0x+\beta>0$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
(β). Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β, το συμμετρικό του σημείου Μ(α,β) ως προς τον άξονα y΄y είναι το Ν(–α,–β).
(γ). Η ευθεία με εξίσωση $y=\alpha x$ διέρχεται από την αρχή των αξόνων για οποιονδήποτε μη μηδενικό πραγματικό αριθμό α.
(δ). Η συνεπαγωγή $\alpha>\beta \Rightarrow \alpha\cdot\gamma>\beta\cdot\gamma$ ισχύει για οποιονδήποτε πραγματικούς αριθμό γ.
(ε). Για οποιονδήποτε θετικό πραγματικό αριθμό α ισχύει $|\alpha| = -\alpha$.

Μονάδες 2×5=10

(Α2). Στην περίπτωση που η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0,\ \alpha\neq 0$ έχει πραγματικές ρίζες $x_1,\ x_2$, να αποδειχθεί ότι $x_1+x_2=-\dfrac{\beta}{\alpha}$ και $x_1\cdot x_2=\dfrac{\gamma}{\alpha}$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β
Δίνεται η εξίσωση $2x^2-5x+3|\lambda-1|=0$ (1) (με άγνωστο x και παράμετρο λ).
(Β1). Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.
(Β2). Να βρεθεί το λ ώστε οι ρίζες της εξίσωσης (1) να είναι αντίστροφοι αριθμοί

Μονάδες 13+12

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda^2 - 4)x = \lambda^2 - 5\lambda + 6$ (1) με άγνωστο το x και παράμετρο το λ.

(Γ1). Να γραφεί κάθε μια από τις αλγεβρικές παραστάσεις $\lambda^2 - 4$ και $\lambda^2 - 5\lambda + 6$ ως γινόμενα δυο πρωτοβαθμίων παραγόντων

(Γ2). (α). Για ποια τιμή του λ η (1) είναι αδύνατη και για ποια τιμή του λ η (1) αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$

(β). Για ποιές τιμές του λ η (1) έχει μοναδική λύση, η οποία και να βρεθεί.

(γ). Να βρεθεί για ποιες τιμές του x η μοναδική λύση $x = \dfrac{\lambda - 3}{\lambda + 2}$ του ερωτήματος (β) παίρνει την τιμή $x = 2$.

Μονάδες 6+6+6+7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \dfrac{(x-4)\sqrt{4-|x|}}{x^2 - 6x + 8}$.

(Δ1). Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f.

(Δ2). Να βρεθούν τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f(x) με τους άξονες.

(Δ3). Να βρεθεί το $\kappa \in \mathbb{R}$ το $A(3, \kappa^4 - \kappa^2 - 19)$ να ανήκει στην γραφική παράσταση της f.

Μονάδες 8+8+9

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ ΓΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1

ΘΕΜΑ Α

(Α1). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α). Το μέτρο κάθε εγγεγραμμένης γωνίας, ισούται με το μέτρο του αντίστοιχου τόξου της.

(β). Σε κάθε τρίγωνο το βαρύκεντρο είναι το σημείο τομής των διχοτόμων του.

(γ). Σε κάθε κυρτό ν–γωνο το άθροισμα των γωνιών του είναι 4ν–2 ορθές.

(δ). Σε κάθε ρόμβο οι διαγώνιοι διχοτομούν τις γωνίες του.

(ε). Σε κάθε κύκλο ίσες χορδές αντιστοιχούν σε ίσα αποστήματα και αντιστρόφως.

Μονάδες 2×5=10

(Α2). Να αποδειχθεί ότι τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου, που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι ίσα μεταξύ τους.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ. Ο κύκλος (Ο,ρ) διαμέτρου ΒΓ τέμνει τις ΑΒ, ΑΓ στα Δ, Ε. Φέρνουμε τα αποστήματα ΟΖ ⊥ ΔΒ και ΟΗ ⊥ ΕΓ. Να αποδειχθεί ότι:

(Β1). ΟΖ = ΟΗ και ΓΕ = ΒΔ.

(Β2). Το τρίγωνο ΑΕΔ είναι ισοσκελές.

(Β3) ΔΕ // ΒΓ **Μονάδες 11+4+10**

ΘΕΜΑ Γ

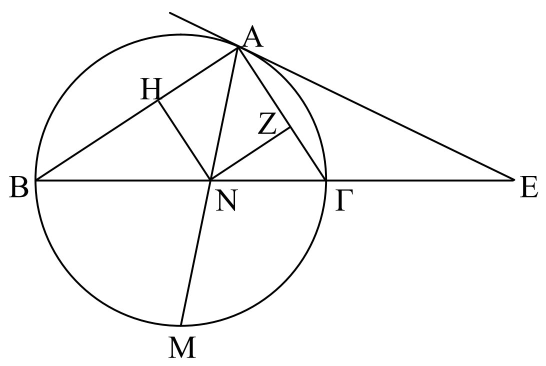
Δίνεται το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με ΑΔ = α, ΑΒ=2α και $\widehat{\text{Α}} > 90^0$. Η διχοτόμος της $\widehat{\Delta}$ τέμνει την ΑΒ στο Μ. Το Ν είναι το μέσο του ΔΜ, το Κ είναι το μέσο του ΒΓ και το Λ είναι το σημείο τομής των ΜΓ, ΝΚ.

(α). Να αποδειχθεί ότι το Μ είναι μέσο του ΑΒ και ότι $\widehat{\Delta\text{Μ}\Gamma} = 90^0$.

(β). Να υπολογισθεί το ΝΚ συναρτήσει του α.

(γ). Να αποδειχθεί ότι το ΜΒΛΝ είναι παραλληλόγραμμο. **Μονάδες 8+8+9**

ΘΕΜΑ Δ



Δίνεται κύκλος (Ο,R) και η διάμετρός του ΒΓ. Προεκτείνουμε τη διάμετρο ΒΓ κατά ΓΕ. Από το Ε φέρνουμε την εφαπτομένη ΕΑ προς τον κύκλο (Α το σημείο επαφής). Θεωρούμε το μέσο Μ του τόξου $\overset{\frown}{\text{Β}\Gamma}$ και το ευθύγραμμο τμήμα ΑΜ, το οποίο τέμνει τη ΒΓ στο Ν. Από το Ν φέρνουμε τις ΝΗ ⊥ ΑΒ και ΝΖ ⊥ ΑΓ. Να αποδειχθεί ότι :

(Δ1). Η ΑΜ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{\text{ΒΑ}\Gamma}$.

(Δ2). Το ΑΖΝΗ είναι τετράγωνο.

(Δ3). Το τρίγωνο ΕΝΑ είναι ισοσκελές

(Δ4). Αν Κ, Λ είναι τα μέσα των ΒΝ, ΝΓ, να αποδειχθεί ότι $\text{ΗΚ} + \text{Ζ}\Lambda = \text{R}$.

Μονάδες : 5+8+7+5

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

ΘΕΜΑ Α

(Α1). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α). Σε κάθε ορθογώνιο οι διαγώνιοι είναι ίσες μεταξύ τους.

(β). Σε κάθε τραπέζιο το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των διαγωνίων του είναι ίσο με το ημιάθροισμα των βάσεών του.

(γ). Δύο τρίγωνα που έχουν δυο πλευρές τους ίσες μία προς μία και μια γωνία τους ίση, είναι πάντοτε ίσα.

(δ). Κάθε τετράγωνο είναι και ρόμβος.

(ε). Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.

Μονάδες 2×5=10

(Α2). Θεωρούμε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A}$= 90°). Αν ισχύει $ΑΓ = \frac{ΒΓ}{2}$, να αποδειχθεί ότι $\hat{B} = 30^0$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ με ΑΒ = 2 ΒΓ. Προεκτείνουμε τη ΒΓ κατά ΒΕ = ΒΓ. Φέρνουμε τις ΑΕ, ΔΒ, ΔΕ. Η ΔΕ τέμνει την ΑΒ στο Ζ. Να αποδειχθεί ότι :

(Β1). Το ΑΔΒΕ είναι παραλληλόγραμμο.

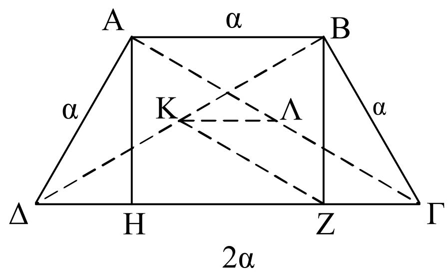
(Β2). Το τρίγωνο ΑΖΔ είναι ισοσκελές.

(Β3). Η ΓΖ είναι κάθετη προς τη ΔΕ.

Μονάδες 8+8+9

ΘΕΜΑ Γ

Θεωρούμε τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) με ΑΔ=ΑΒ=ΒΓ=α και ΓΔ=2α και τα ύψη του ΑΗ και ΒΖ. Να αποδείξετε ότι:



(Γ1). **(α)**. $ΔΗ=ΖΓ=\frac{α}{2}$.

(α). $Α\hat{Δ}Γ = 60°$.

(Γ2). Αν Κ, Λ τα μέσα των διαγωνίων ΒΔ, ΑΓ, να αποδειχθεί ότι :

(α). Το ΚΛΓΖ είναι παραλληλόγραμμο.

(β). Το ΚΛΒΑ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

Μονάδες 8+5+6+6

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται κύκλος (Ο,ρ) και η διάμετρός του ΑΒ. Προεκτείνουμε τη διάμετρο κατά ΒΓ = ρ και από το Γ φέρνουμε την εφαπτομένη ΓΔ του κύκλου. Να αποδειχθεί ότι :

(Δ1). Τα τρίγωνα ΑΔΒ και ΟΔΓ είναι ορθογώνια.

(Δ2). Το τρίγωνο ΟΔΒ είναι ισόπλευρο.

(Δ3). Τα τρίγωνα ΟΑΔ, ΒΔΓ είναι ίσα.

Μονάδες 8+8+9

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 3

ΘΕΜΑ Α

(Α1). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α). Κάθε παραλληλόγραμμο που έχει μία ορθή γωνία είναι ορθογώνιο.

(β). Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο η διάμεσος που φέρνουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας.

(γ). Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο με μία οξεία γωνία του ίση με 30^0, η προσκείμενη κάθετη πλευρά είναι το μισό της υποτείνουσας

(δ). Δυο τυχαία τρίγωνα με τις γωνίες τους ίσες μία προς μία είναι ίσα.

(ε). Σε κάθε ρόμβο οι διαγώνιές του είναι ίσες.

Μονάδες 2×5=10

(Α2). Να αποδειχθεί ότι το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ίσο με το μισό της.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ // ΔΓ, ΑΒ < ΔΓ) και τα μέσα Ζ, Ν, Η των ΑΒ, ΒΓ, ΒΔ. Έστω Κ η προβολή του Β στην ΔΓ. Να αποδειχθούν :

(Β1). ΖΗ = ΝΚ.

(Β2). Το ΖΝΚΗ είναι παραλληλόγραμμο.

Μονάδες 10+15

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ // ΔΓ) με ΔΓ = α και ΑΒ =2α. Αν Μ, Ν είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΒΓ αντίστοιχα και Κ το σημείο τομής των ΔΜ και ΑΝ, να αποδειχθεί ότι :

(Γ1). Το ΔΓΒΜ είναι παραλληλόγραμμο.

(Γ2). Το Κ είναι μέσο του ΑΝ.

(Γ3). ΔΚ = 3ΚΜ.

Μονάδες 8+5+6+6

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ρόμβος ΑΒΓΔ πλευράς α, με $\mathrm{B\hat{A}\Delta} = 60^0$. Προεκτείνουμε τη διαγώνιο ΒΔ κατά ΔΕ = ΒΔ.

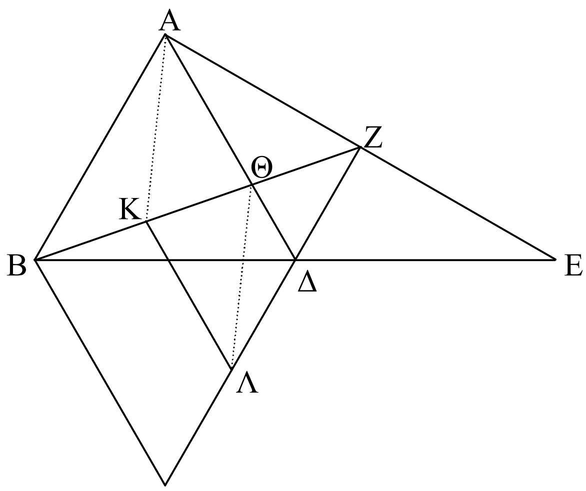
(Δ1). Να αποδειχθεί ότι $\widehat{\mathrm{BAE}} = 90^0$.

(Δ2). Η προέκταση της ΓΔ τέμνει την ΑΕ στο σημείο Ζ και η ΒΖ τέμνει την ΑΔ στο σημείο Θ.

(α). Να αποδειχθεί ότι $\mathrm{\Delta Z} \perp \mathrm{AE}$.

(β). Να αποδειχθεί ότι $\mathrm{\Delta Z} = \dfrac{\alpha}{2}$ και $\mathrm{\Theta\Delta} = \dfrac{\alpha}{3}$

(Δ3). Αν Κ, Λ είναι τα μέσα των ΒΘ, ΔΓ, να αποδειχθεί ότι το ΑΚΛΘ είναι παρ/μο.



Μονάδες 5+4++8+8

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1

ΘΕΜΑ Α

(Α1). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α). Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

(β). Η συνάρτηση $f(x)=\ln x$ έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

(γ). Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x)=\sigma\upsilon\nu x$ είναι το $[-1,1]$.

(δ). Η συνάρτηση $f(x)=\eta\mu x$ είναι γνησίως αύξουσα στο $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$.

(ε). Η συνάρτηση $f(x)=e^x$ είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

Μονάδες 2×5=10

(Α2). Να αποδειχθεί ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου P(x) με το x–ρ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για x=ρ, δηλαδή υ = P(ρ)

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Για τη γωνία α ισχύει ότι $5\sigma\upsilon\nu 2\alpha-14\sigma\upsilon\nu\alpha-7=0$.

(Β1). Να αποδειχθεί ότι $\sigma\upsilon\nu\alpha=-\frac{3}{5}$.

(Β2). Αν επιπλέον ισχύει ότι $\pi\le\alpha\le\frac{3\pi}{2}$, να υπολογισθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί ημ2α, συν2α και εφ2α.

Μονάδες 10+15

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^4-8x^3+(5\alpha-1)x^2+8x-3\alpha-6$, $\alpha\in\mathbb{R}$.

(Γ1). Να κάνετε την διαίρεση του $P(x)$ δια του x^2-1 και να γράψετε τη σχετική ταυτότητα.

(Γ2). Να βρείτε την τιμή του α, ώστε η παραπάνω διαίρεση να είναι τέλεια.

(Γ3). Για α=3, να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης $P(x)=0$ καθώς και τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)=0$ είναι κάτω από τον άξονα x'x.

Μονάδες 9+4+12

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\ln\left(\frac{3-x}{3+x}\right)$

(Δ1). Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f.

(Δ2). Να αποδειχθεί ότι η συνάρτηση f είναι περιττή.

(Δ3). Να συγκριθούν οι αριθμοί $f(0)$ και $f\left(\frac{1}{3}\right)$.

(Δ4). Να λυθεί η εξίσωση $f(x)+f(x+1)=0$

Μονάδες : 5+8+5+7

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

ΘΕΜΑ Α

(Α1). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α). Για κάθε $\theta>0$ ισχύει $\ln\theta>0$

(β). Το άθροισμα δυο οποιωνδήποτε πολυωνύμων έχει βαθμό ίσο με το μέγιστο των βαθμών των δυο πολυωνύμων.

(γ). Η περίοδος της συνάρτησης $f(x)=\eta\mu x$ είναι 3π.

(δ). Η συνάρτηση $f(x)=\alpha^x$ με $0<\alpha\neq 1$ έχει σύνολο τιμών το $(0,+\infty)$.

(ε). Αν $\alpha>0$ με $\alpha\neq 1$, τότε για κάθε $\theta>0$ και $\kappa\in\mathbb{Z}$ ισχύει $\left(\log_\alpha\theta\right)^\kappa=\kappa\cdot\log_\alpha\theta$

Μονάδες 2×5=10

(Α2). Να αποδειχθεί ότι αν $\alpha>0$ με $\alpha\neq 1$, τότε για οποιαδήποτε $\theta_1,\theta_2>0$ και $\kappa\in\mathbb{R}$ ισχύει $\log\left(\theta_1\theta_2\right)=\log\theta_1+\log\theta_2$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\alpha x^3+\beta x^2+2x+8,\ \alpha,\beta\in\mathbb{R}$.

(Β1). Να βρεθούν τα α, β ώστε το $x+1$ να είναι παράγοντας της $f(x)$ και η γραφική παράσταση C_f να διέρχεται από το $A(4,0)$.

(Β2). Για $\alpha=1$ και $\beta=-5$:

(α). Να γίνει η διαίρεση $f(x):\left(x^2-3x-4\right)$ και να γραφεί η ταυτότητα της αλγοριθμικής διαίρεσης.

(β). Να λυθεί η εξίσωση $f(x)=0$

(γ). Να βρεθούν οι τιμές του x για τις οποίες η C_f βρίσκεται πάνω από την άξονα $x'x$.

Μονάδες 10+5+5+5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\left(\alpha+1\right)\sigma\upsilon\nu\left(\beta\pi x\right)$, όπου $\alpha,\ \beta\in\mathbb{R}$.

(Γ1). Αν η μέγιστη τιμή της $f(x)$ είναι 3 και η περίοδός της είναι 4, να αποδειχθεί ότι $\alpha=2$ και $\beta=\frac{1}{2}$

(Γ2). Για τις τιμές $\alpha=2$ και $\beta=\frac{1}{2}$, να λυθεί η εξίσωση $f(x)=\frac{3}{2}$

Μονάδες 13+12

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η σχέση $f(x)=\left(\dfrac{2\alpha+1}{\alpha-3}\right)^x$ (1)

(Δ1). Να βρεθεί για ποιες τιμές του α η (1) ορίζει συνάρτηση με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

(Δ2). **(α).** Να βρεθεί για ποιες τιμές του α η (1) ορίζει εκθετική συνάρτηση.

(β). Να βρεθεί για ποιες τιμές του α η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

(γ). Να βρεθεί για ποιες τιμές του α η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$.

(δ). Να λυθεί η ανίσωση $f(x) \leq 1$ για τις διάφορες τιμές του α του ερωτήματος (α).

Μονάδες 5+5+5+5+5

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 3

ΘΕΜΑ Α

(Α1). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α). Το πολυώνυμο Q(x) = 0 είναι πολυώνυμο μηδενικού βαθμού.

(β). Η συνάρτηση $f(x) = ημx$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[0,π]$.

(γ). Η συνάρτηση $f(x) = \log x$ έχει σύνολο τιμών το $(0,+\infty)$.

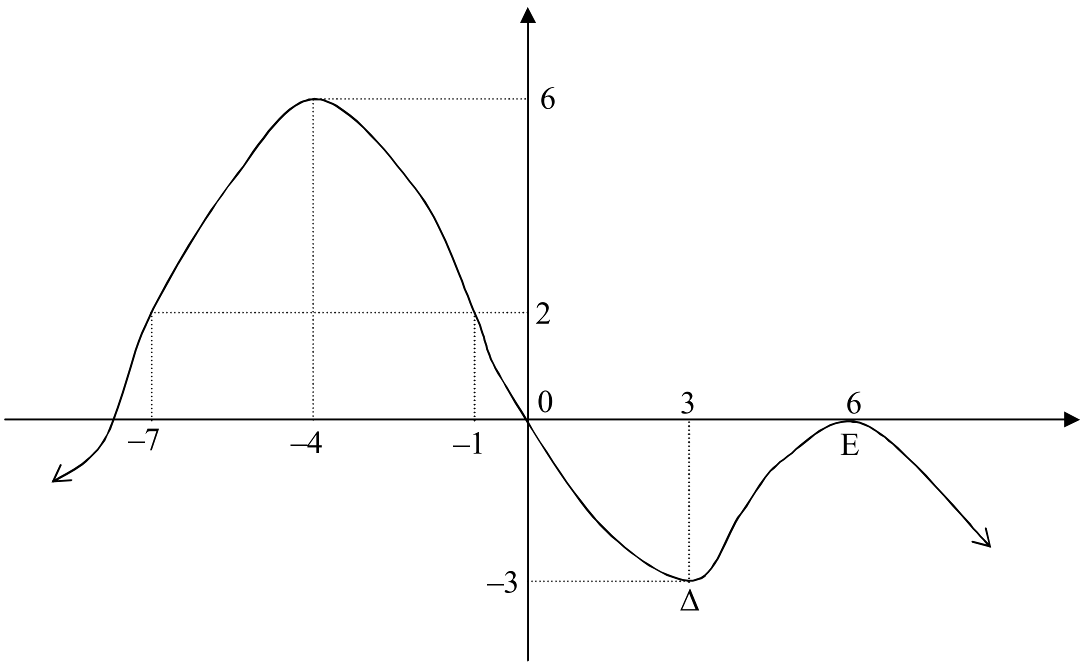
(δ). Η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ είναι γνησίως φθίνουσα.

(ε). Οι ακέραιες ρίζες κάθε πολυωνυμικής εξίσωσης με ακέραιους συντελεστές, είναι διαιρέτες του σταθερού όρου.

Μονάδες 2×5=10

(Α2). Να αποδειχθεί ότι ένα πολυώνυμο P(x) έχει παράγοντα το x−ρ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του P(x), δηλαδή αν και μόνο αν P(ρ) = 0.

Μονάδες 15



ΘΕΜΑ Β

Δίνεται συνάρτηση f της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.

(Β1). Με βάση το σχήμα, να βρεθούν το πεδίο ορισμού της f, τα διαστήματα μονοτονίας καθώς και το είδος της μονοτονίας σε καθένα από αυτά τα διαστήματα

(Β2). Με βάση το σχήμα να βρεθούν τα ακρότατα της f.

(Β3). Με βάση το σχήμα να εξηγηθεί γιατί στα σημεία $\Delta(3,-3)$ και $E(6,0)$ δεν έχουμε ακρότατα.

(Β4). Με βάση το σχήμα, να βρεθούν οι τιμές του x για τις οποίες ισχύει :

(α). $f(x) \geq 0$

(β). $f(x) < 0$

(γ). $f(x) > 2$

Μονάδες 7+5+7+6

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha(\log x)^4 + 8(\log x)^3 \cdot \log(100x)$, $x > 0$, όπου $\alpha \in \mathbb{R}$

(Γ1). Αν $f(10) = 25$, να αποδειχθεί ότι $\alpha = 1$

(Γ2). Για την τιμή α=1 να:

(α). αποδειχθεί ότι η $f(x)$ γράφεται $f(x) = \left(\log^2 x + 4\log x\right)^2$

(β). λυθεί η εξίσωση $f(x) = 0$.

Μονάδες 5+10+10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \dfrac{1-\eta\mu x}{1+x} + \dfrac{1+\eta\mu x}{1-x}$.

(Δ1). Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της f.

(Δ2). Να εξετασθεί αν η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή

(Δ3). Να αποδειχθεί ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο Α(0,2).

(Δ4). Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = \dfrac{2}{1-x}$

Μονάδες 5+6+4+10

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1

ΘΕΜΑ Α

(Α1). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α). Αν δυο τρίγωνα είναι όμοια τότε ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητας.

(β). Αν Ρ είναι εσωτερικό σημείο του κύκλου (Ο,R) τότε η δύναμη του σημείου Ρ είναι ίση με το μηδέν.

(γ). Ένα εγγεγραμμένο τετράγωνο στον κύκλο (Ο,R) έχει πλευρά $\lambda_4 = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

(δ). Αν δυο τρίγωνα έχουν δυο γωνίες παραπληρωματικές, τότε ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με το λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τις παραπληρωματικές γωνίες.

(ε). Το εμβαδό Ε κάθε τριγώνου ΑΒΓ δίνεται από τον τύπο $E = \frac{1}{2}\alpha\beta\eta\mu B$.

Μονάδες 2×5=10

(Α2). Να αποδειχθεί ότι αν από ένα εξωτερικό σημείο Ρ κύκλου (Ο,R) φέρουμε το εφαπτόμενο τμήμα ΡΕ και μια ευθεία που τέμνει τον κύκλο στα σημεία Α, Β, τότε ισχύει ότι $PE^2 = PA \cdot PB$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

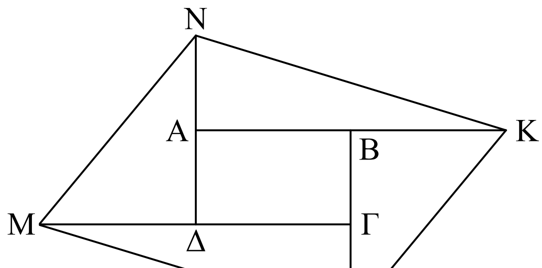
Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με (ΑΒ)=3, (ΑΓ)=7 και (ΒΓ)=5.

(Β1). Να αποδείξετε ότι η γωνία $\hat{B}$ είναι αμβλεία.

(Β2). Να βρεθεί η προβολή της ΑΒ στη ΒΓ.

(Β3). Να βρείτε το μέτρο της γωνίας $\hat{B}$.

Μονάδες 8+8+9



ΘΕΜΑ Γ

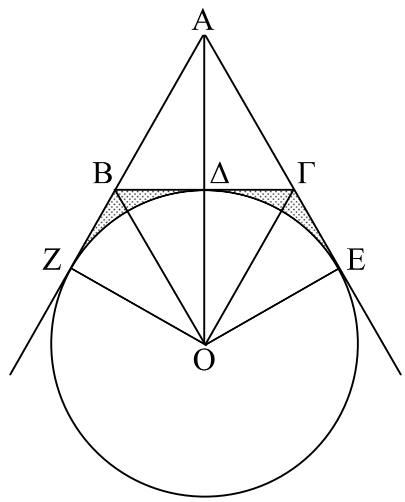
Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και στις προεκτάσεις των πλευρών του παίρνουμε τμήματα ΒΚ=ΑΒ, ΓΛ=ΒΓ, ΔΜ=ΓΔ και ΑΝ=ΑΔ. Να δειχθεί ότι:

(Γ1). (ΜΓΛ)=(ΛΒΚ).

(Γ2). (ΑΒΓΔ)=(ΑΚΝ).

(Γ3). (ΚΛΜΝ)=5(ΑΒΓΔ).

Μονάδες 8+8+9



ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ένα ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ πλευράς α. Φέρνουμε τη διχοτόμο της γωνίας $\hat{A}$ και την εξωτερική διχοτόμο της γωνίας $\hat{B}$, που τέμνονται στο Ο. Με κέντρο το Ο γράφουμε τον κύκλο που εφάπτεται της πλευράς ΒΓ στο Δ και των προεκτάσεων των ΑΓ και ΑΒ στα Ε και Ζ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

(Δ1). $OZ = \dfrac{OA}{2} = \dfrac{\alpha\sqrt{3}}{2}$.

(Δ2). Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού τομέα Ο. $\overset{\frown}{Z\Delta E}$.

(Δ3). Να δείξετε ότι: (ΟΖΑ)+(ΟΑΕ)=3(ΑΒΓ).

(Δ4). Να υπολογίσετε το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου σχήματος.

Μονάδες : 8+6+6+5

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

ΘΕΜΑ Α

(Α1). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α). Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2 - 2\alpha\gamma \cdot \sigma\upsilon\nu B$

(β). Αν οι χορδές ΑΒ, ΓΔ ενός κύκλου τέμνονται σε ένα σημείο Ρ, τότε ισχύει $PA \cdot P\Delta = PB \cdot P\Gamma$.

(γ). Το εμβαδόν τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο (Ο,ρ), δίνεται από τον τύπο Ε=τρ, όπου τ η ημιπερίμετρος του τριγώνου.

(δ). Η δύναμη σημείου Ρ ως προς κύκλο (Ο,ρ) ισούται με $\Delta^{P}_{(O,\rho)} = R^2 - OP^2$.

(ε). Η γωνία ενός κανονικού ν–γώνου και η κεντρική του γωνία είναι συμπληρωματικές.

Μονάδες 2×5=10

(Α2). Να αποδειχθεί ότι αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $AB^2 + A\Gamma^2 = B\Gamma^2$, τότε $\hat{A} = 90^0$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές ΑΓ=$2\sqrt{3}$, ΒΓ=1 και γωνία $\hat{\Gamma} = 30^o$.

(Β1). Να αποδείξετε ότι ΑΒ=$\sqrt{7}$.

(Β2). Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.

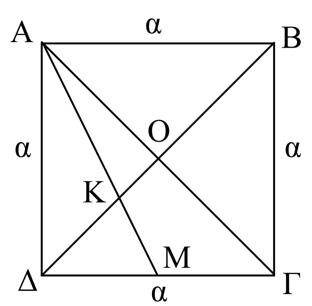
(Β3). Να υπολογίσετε τη διάμεσο μ_γ που αντιστοιχεί στην πλευρά ΑΒ.

(Β4). Να υπολογίσετε την προβολή της πλευράς ΑΒ στην πλευρά ΒΓ.

Μονάδες 6+5+7+7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς α και ΑΓ, ΔΒ οι διαγώνιές του, που τέμνονται στο σημείο Ο. Αν Κ σημείο της ΟΔ, ώστε το Κ να είναι το βαρύκεντρο του τριγώνου ΑΔΓ και Μ το σημείο που τέμνονται οι ΑΚ και ΓΔ, να αποδείξετε ότι:



(Γ1). (ΑΚΟ)=$\dfrac{1}{3}$(ΑΜΓ)

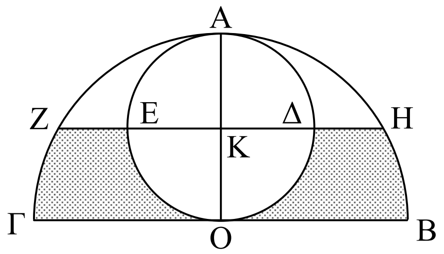
(Γ2). (ΚΟΓΜ)=$\dfrac{1}{6}$(ΑΒΓΔ)

(Γ3). Αν ΚΟ=$\sqrt{2}$, να υπολογίσετε το α.

Μονάδες 8+8+9

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ημικύκλιο (O,R) διαμέτρου ΒΓ και κύκλος (Κ) διαμέτρου ΟΑ εντός του ημικυκλίου, όπου η ΟΑ είναι κάθετη στη ΒΓ στο σημείο Ο. Από το Κ φέρνουμε κάθετη στην ΑΟ που τέμνει τον κύκλο στα σημεία Ε και Δ και το ημικύκλιο στα σημεία Ζ και Η.



(Δ1). Να αποδείξετε ότι $ΖΗ = R\sqrt{3}$.

(Δ2). Να υπολογίσετε το εμβαδό του κυκλικού τμήματος που ορίζουν η χορδή ΖΗ και το τόξο $\overset{\frown}{ΖΑΗ}$.

(Δ3). Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου.

Μονάδες : 7+9+9

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 3

ΘΕΜΑ Α

(Α1). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α). Το εμβαδόν κάθε κανονικού πολυγώνου δίνεται από τον τύπο: $E_ν = \frac{λ_ν \cdot α_ν}{2}$, όπου $λ_ν$ είναι η πλευρά του και $α_ν$ το απόστημά του.

(β). Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτείνουσας επί την προβολή της πλευράς αυτής στην υποτείνουσα.

(γ). Αν Ε είναι το εμβαδόν τριγώνου ΑΒΓ, τότε Ε = 2·τ·ρ, όπου τ η ημιπερίμετρος του τριγώνου.

(δ). Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο του ύψους του που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα είναι ίσο με το γινόμενο των προβολών των κάθετων πλευρών του στην υποτείνουσα.

(ε). Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $α^2 < β^2 + γ^2$ αν και μόνο αν $\hat{Α} < 90^0$.

Μονάδες 2×5=10

(Α2). Να αποδειχθεί ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το τετράγωνο του ύψους του που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα είναι ίσο με το γινόμενο των προβολών των καθέτων πλευρών του στην υποτείνουσα.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο (O,R) με β=7 και γ=5. Φέρνουμε το ύψος ΑΔ και τη διάμεσό του ΑΜ, η οποία προεκτεινόμενη τέμνει τον κύκλο στο Ε. Επίσης δίνεται ότι είναι ΔΜ = 1,5. Να υπολογισθούν :

(Β1). Η πλευρά α.

(Β2). Η διάμεσος $μ_α$ (αν γνωρίζουμε από το **Α** ότι α = 8).

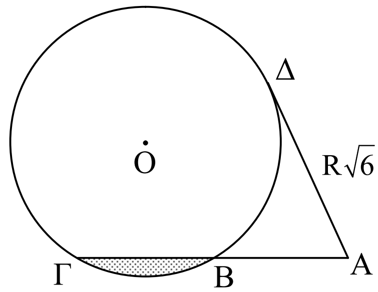
(Β3). Το ευθύγραμμο τμήμα ΜΕ.

(Β4). Το εμβαδόν του τριγώνου ΜΓΕ.

Μονάδες 6+6+6+7

ΘΕΜΑ Γ

Έστω Δίνεται κύκλος (O,R) και σημείο Α εκτός του κύκλου. Από το Α φέρνουμε εφαπτομένη που εφάπτεται στον κύκλο στο σημείο Δ και την τέμνουσα ΑΒΓ του κύκλου. Αν $ΑΔ = R\sqrt{6}$ και $ΑΓ = 2ΒΓ$ τότε :



(Γ1). Να αποδειχθεί ότι η χορδή $ΒΓ = λ_6$, όπου $λ_6$ η πλευρά του κανονικού εξαγώνου που είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο (O,R).

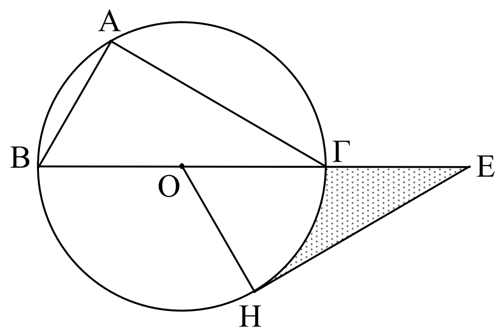
(Γ2). Να υπολογισθεί ο λόγος των εμβαδών $\frac{(ΟΑΒ)}{(ΟΒΓ)}$, όπου (ΟΑΒ) και (ΟΒΓ) τα εμβαδά των αντίστοιχων τριγώνων.

(Γ3). Να υπολογισθεί το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου.

Μονάδες 8+8+9

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο (O,R) έτσι ώστε η ΒΓ να είναι διάμετρος, με ΑΒ = 6 και (ΑΒΓ) = 24.



(Δ1). Να υπολογισθούν :

(α). Η πλευρά ΑΓ.

(β). Η ακτίνα R του κύκλου.

(Δ2). Προεκτείνουμε τη διάμετρο ΒΓ προς το μέρος του Γ κατά ΓΕ και από το Ε φέρνουμε την εφαπτομένη ΕΗ. Δίνεται ότι $ΕΗ = λ_3$, όπου $λ_3$ η πλευρά του εγγεγραμμένου στο στον κύκλο ισοπλεύρου τριγώνου.

(α). Να αποδειχθεί ότι ΓΕ = 5.

(β). Να υπολογισθεί το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου.

Μονάδες 6+6+5+8

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΝΟΥ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1

ΘΕΜΑ Α

(Α1). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α). Οι ασύμπτωτες της υπερβολής $\frac{x^2}{\alpha^2}-\frac{y^2}{\beta^2}=1$ έχουν εξισώσεις $y=\pm\frac{\alpha}{\beta}x$.

(β). Αν $\vec{\alpha}\uparrow\downarrow\vec{\beta}$, τότε $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=-|\vec{\alpha}|\cdot|\vec{\beta}|$.

(γ). Η παραβολή $y^2=2px,\ p>0$ έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$.

(δ). Το διάνυσμα $\vec{\eta}=(-A,B)$ είναι κάθετο στην ευθεία ε: Αx+Βy+Γ=0.

(ε). Η ευθεία $x=x_o$ έχει συντελεστή διεύθυνσης λ=0.

Μονάδες 2×5=10

(Α2). Να αποδειχθεί ότι η εφαπτομένη του κύκλου $(c): x^2+y^2=\rho^2$ σε ένα σημείο του $A(x_1,y_1)$ έχει εξίσωση $x\cdot x_1+y\cdot y_1=\rho^2$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η εξίσωση $(\varepsilon_1): 3(\lambda^2-1)x-(\lambda+1)y+4=0$ και η ευθεία $(\varepsilon_2): y=(\lambda^2+\lambda-2)x-2$.

(Β1). Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}$, ώστε η (ε_1) να παριστάνει ευθεία.

(Β2). Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}$, ώστε $(\varepsilon_1)//(\varepsilon_2)$.

(Β3). Για λ = 1, να βρεθεί η εξίσωση της μεσοπαράλληλης των $(\varepsilon_1)//(\varepsilon_2)$.

Μονάδες 11+4+10

ΘΕΜΑ Γ

Έστω $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ δυο διανύσματα με $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=3$ και $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)=\frac{2\pi}{3}$. Θεωρούμε επίσης τα διανύσματα $\vec{v}=3\vec{\alpha}+2\vec{\beta}$ και $\vec{w}=\vec{\alpha}-\vec{\beta}$. Να υπολογισθούν :

(Γ1). Τα $|\vec{w}|=2$ και το $\vec{w}\cdot\vec{v}$.

(Γ2). Η γωνία $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{v}}\right)$

(Γ3). Η προβολή του $\vec{w}$ στο $\vec{v}$.

Μονάδες 8+8+9

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2+y^2-6x-11=0$ (1) και ο κύκλος $(c_1): x^2+y^2=1$

(Δ1). Να αποδειχθεί ότι η (1) παριστάνει κύκλο (c_2), του οποίου να βρεθεί το κέντρο και η ακτίνα.

(Δ2). Να υπολογισθεί το μήκος της διακέντρου των δυο κύκλων και να αποδειχθεί ότι οι δυο κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο $M\left(-\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$.

(Δ3). Να βρεθεί η εξίσωση της κοινής εφαπτομένης (ε) των δυο κύκλων.

Μονάδες : 9+8+8

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

ΘΕΜΑ Α

(Α1). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α). Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ ισχύει η ισοδυναμία: $\vec{\alpha}\,//\,\vec{\beta} \Leftrightarrow \det\left(\vec{\alpha}\,,\,\vec{\beta}\right)=0$

(β). Η ευθεία με εξίσωση $Ax+By+\Gamma=0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta}=(A,B)$

(γ). Η απόσταση του σημείου $M(x_0,y_0)$ από την ευθεία $(\varepsilon): Ax+By+\Gamma=0$ είναι $d(M,\varepsilon)=\dfrac{|Ax_0+By_0+\Gamma|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

(δ). Η εξίσωση $(\varepsilon): x^2+y^2+Ax+By+\Gamma=0$ παριστάνει κύκλο όταν $(\varepsilon): A^2+B^2-4\Gamma>0$

(ε). Η εκκεντρότητα ε μιας έλλειψης έχει την ιδιότητα $\varepsilon>1$.

Μονάδες 2×5=10

(Α2). Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=\left(x_1,y_1\right)$ και $\vec{\beta}=\left(x_2,y_2\right)$ με συντελεστές διεύθυνσης λ_1, λ_2 αντίστοιχα. Να αποδειχθεί ότι. $\vec{\alpha}\perp\vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1\lambda_2=-1$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\left|\overrightarrow{AB}\right|=3$, $\left|\overrightarrow{A\Gamma}\right|=5$ και $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A\Gamma}}\right)=60^0$. Επίσης ΑΜ είναι η διάμεσος του τριγώνου. Να βρεθούν

(Β1). Το $\left|\overrightarrow{AM}\right|$.

(Β2). Το συν$\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}}\right)$

Μονάδες 13+12

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα σημεία $A(1,0)$, $B(2,3)$, $\Gamma(4,-1)$.

(Γ1). Να αποδειχθεί ότι τα Α, Β, Γ είναι κορυφές τριγώνου.

(Γ2). Να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

(Γ3). Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

(Γ4). Αν ΑΔ το ύψος του τριγώνου, να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας ΑΔ.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται έλλειψη (c) με μεγάλο άξονα ΑΑ΄ και μικρό άξονα ΒΒ΄, έτσι ώστε $A\left(0,\sqrt{5}\right)$, $A'\left(0,-\sqrt{5}\right)$ και $\left(BB'\right)=\sqrt{5}$.

(Δ1). Να βρεθεί η εξίσωση της έλλειψης.

(Δ2). Να βρεθούν οι εξισώσεις των εφαπτομένων $(\varepsilon_1), (\varepsilon_2)$ της έλλειψης (c) που είναι παράλληλες με την ευθεία $(\delta): y=4x+13$

(Δ3). Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου ε με κέντρο την αρχή των αξόνων και ο οποίος εφάπτεται στις $(\varepsilon_1), (\varepsilon_2)$.

Μονάδες 8+8+9

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 3

ΘΕΜΑ Α

(Α1). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α). Η εκκεντρότητα της υπερβολής έχει την ιδιότητα $\varepsilon<1$.

(β). Το εμβαδόν ενός τριγώνου δίνεται από τον τύπο $(AB\Gamma)=\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A\Gamma}\right)$

(γ). Η διευθετούσα της παραβολής $y^2=2px$ έχει εξίσωση $y=-\dfrac{p}{2}$.

(δ). Αν $\vec{\alpha}.\ \vec{\beta}$ είναι δυο διανύσματα με $\vec{\beta}\neq\vec{0}$, τότε $\vec{\alpha}//\vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha}=\lambda\vec{\beta},\ \lambda\in\mathbb{R}$

(ε). Η εφαπτομένη της υπερβολής $\dfrac{x^2}{\alpha^2}-\dfrac{y^2}{\beta^2}=1$ σ΄ ένα σημείο της $M(x_1,y_1)$ είναι η $\dfrac{xx_1}{\alpha^2}-\dfrac{yy_1}{\beta^2}=1$

Μονάδες 2×5=10

(Α2). Να αποδειχθεί ότι κάθε εξίσωση της μορφής $x^2+y^2+Ax+By+\Gamma=0$ με $A^2+B^2-4\Gamma>0$ παριστάνει κύκλο.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $\overrightarrow{AB}=\vec{\alpha}$, $\overrightarrow{A\Delta}=\vec{\beta}$, για τα οποία έχουμε ότι $\left|\vec{\alpha}\right|=2$, $\left|\vec{\beta}\right|=1$ και $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)=120^0$. Έστω Μ το μέσο του ΔΓ.

(Β1). Να γραφούν τα διανύσματα $\overrightarrow{AM}$ και $\overrightarrow{MB}$ συναρτήσει των $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$.

(Β1). Να αποδειχθεί ότι $\left|\overrightarrow{AM}\right|=1$ και $\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{MB}$.

(Β1). Να υπολογισθεί η γωνία $\left(\overrightarrow{AM}\hat{,}\overrightarrow{A\Gamma}\right)$.

Μονάδες 6+10+9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η παραβολή με κέντρο το Ο(0,0), εστία στον άξονα x΄x, η οποία διέρχεται από το σημείο Α(9,6).

(Γ1). Να βρεθεί η εξίσωση της παραβολής, η εστία, η διευθετούσα (δ) και η εφαπτομένη (ε) της παραβολής στο σημείο Α.

(Γ2). Να βρεθεί το σημείο Β στο οποίο η εφαπτομένη (ε) τέμνει τη διευθετούσα (δ) και να αποδειχθεί ότι $B\hat{E}A = 90^0$

Μονάδες 13+12

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ο κύκλος με εξίσωση $x^2+y^2=2$.

(Δ1). Να βρεθούν οι εξισώσεις ε_1, ε_2 των εφαπτομένων του παραπάνω κύκλου οι οποίες σχηματίζουν γωνία 45^o με τον άξονα x΄x.

(Δ2). Αν ε_1: $y=x+2$ και ε_2: $y=x-2$ οι εφαπτόμενες του ερωτήματος (Δ1), να υπολογισθεί η απόσταση των ε_1 , ε_2.

(Δ3). Να βρεθεί η εξίσωση της μεσοπαράλληλης ευθείας των ε_1 , ε_2.

Μονάδες 10+7+8

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1

ΘΕΜΑ Α

(Α1). Να αποδείξετε ότι για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα Α και A' ισχύει $P(A') = 1 - P(A)$

Μονάδες 10

(Α2). Πότε μια ποσοτική τυχαία μεταβλητή λέγεται διακριτή ;

Μονάδες 5

(Α3). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α). $(\eta\mu x)' = -\sigma\upsilon\nu x$.

(β). Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για την γραφική παράσταση μόνο ποιοτικών μεταβλητών.

(γ). Αν $A \subseteq B$ τότε $P(B) \geq P(A)$.

(δ). Για τη σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i ισχύει $0 \leq f_i \leq 1$

(ε). Η μέση τιμή και η διάμεσος είναι μέτρα θέσης.

Μονάδες 2×5=10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$

(Β1). Να βρεθεί η παράγωγος της f .

(Β2). Να μελετηθεί η f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

(Β3). Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της f στο $M(0, f(0))$.

Μονάδες 7+10+8

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 5x + 4}{\sqrt{x} - 2} & \text{αν } x \in [0,4) \cup (4, +\infty) \\ \dfrac{2\alpha^2 + 4}{3} & \text{αν } x = 4 \end{cases}$

(Γ1). Να βρεθεί το $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$

(Γ2). Να βρεθεί το $\lim\limits_{x \to 4} f(x)$

(Γ3). Να βρεθεί το $\alpha \in \mathbb{R}$ αν η f είναι συνεχής στο 4.

Μονάδες 6+10+9

ΘΕΜΑ Δ

Στο διπλανό πίνακα δίνεται ο αριθμός των απουσιών των μαθητών ενός τμήματος σε μία εβδομάδα.

(Δ1). Να μεταφερθεί ο πίνακας στην κόλλα σας και να συμπληρωθεί .

(Δ2). Να βρεθεί ο μέσος όρος $\overline{x}$ των απουσιών τους αυτή την εβδομάδα.

(Δ3). Αν επιλέξουμε τυχαία ένα μαθητή :

(α). Ποια η πιθανότητα να έχει κάνει τουλάχιστον 3 απουσίες ;

(β). Ποια η πιθανότητα να έχει κάνει το πολύ 4 απουσίες ;

Μονάδες +10+5+5+5

x_i	ν_i	f_i	N_i	F_i	$x_i\,\nu_i$
1	2				
2	5				
3					
4	5				
5	2				
ΣΥΝΟΛΟ	20				

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

ΘΕΜΑ Α

(Α1). Να αποδειχθεί ότι για δυο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει η σχέση $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Μονάδες 10

(Α2). Να ορισθεί ο συντελεστής μεταβολής CV μιας τυχαίας μεταβλητής X.

Μονάδες 5

(Α3). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α). $\left(c \cdot f(x)\right)' = c \cdot f'(x),\ c \in \mathbb{R}$.

(β). Αν $f(x) = e^x$, τότε $f'(x) = f(x)$.

(γ). Αν τα ενδεχόμενα Α και Β είναι ασυμβίβαστα, τότε $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

(δ). Αν $f_i,\ i = 1, 2, \cdots, \kappa$ είναι οι σχετικές συχνότητες ενός δείγματος τότε ισχύει : $f_1 + f_2 + \cdots + f_\kappa = 0$

(ε). Αν Α, Β είναι ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω, τότε το ενδεχόμενο $A \cap B$ πραγματοποιείται όταν πραγματοποιείται το Α ή το Β.

Μονάδες 2×5=10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

(Β1). Να υπολογισθεί η $f'(x)$.

(Β2). Να αποδειχθεί ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της $f(x)$ στο σημείο της $A\left(2, f(2)\right)$ είναι παράλληλη στον άξονα xx'.

(Β3). Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 6+10+9

ΘΕΜΑ Γ

Ώρες	Αριθμός νέων	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχ. Αθρ. συχνότητα
x_i	ν_i	f_i	N_i	F_i
0	5			
1		0,16		
2				
3	10	0,2		
4	15			
5	2			
Σύνολα				

Σε μια έρευνα για την χρήση του Internet από τους νέους, ο παραπάνω πίνακας δείχνει σε ώρες την ημερήσια παραμονή τους στο Internet

(Γ1). Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στην κόλλα σας και να τον συμπληρώσετε.

(Γ2). Πόσοι νέοι παραμένουν στο Internet το πολύ 3 ώρες ημερησίως ;

Μονάδες 20+5

ΘΕΜΑ Δ

Έστω Α,Β δύο ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου Ω. Αν $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(B')=\frac{4}{5}$ και $P(A\cap B)=\frac{1}{5}$.

(Δ1). Να βρεθούν οι πιθανότητες: $P(B)$, $P(A\cup B)$, $P(A-B)$.

Μονάδες 3x7

(Δ2). Να βρεθεί η πιθανότητα να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα ενδεχόμενα Α, Β.

Μονάδες 4

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

(Α1). Να αποδειχθεί ότι αν μια συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη στο x_0, τότε είναι και συνεχής στο x_0. **Μονάδες 10**

(Α2). Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση f στρέφει τα κοίλα άνω σε ένα διάστημα Δ ; **Μονάδες 5**

(Α3). Να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α). Κάθε «1-1» συνάρτηση σ΄ ένα διάστημα Δ είναι και γνησίως μονότονη στο Δ.

(β). Αν η f είναι συνεχής σε διάστημα Δ, τότε το $f(\Delta)$ είναι διάστημα.

(γ). Κάθε συνάρτηση f παραγωγίσιμη και γνησίως αύξουσα σ΄ ένα διάστημα Δ έχει την ιδιότητα : $f'(x) > 0$, για κάθε $x \in \Delta$.

(δ). Αν για κάθε $x \in A$ ισχύει $f(x) \geq f(x_0)$, $x_0 \in A$, τότε η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x_0 \in A$

(ε). Αν η f είναι συνεχής στο x_0 και η g συνεχής στο $f(x_0)$, τότε και η $f \circ g$ είναι συνεχής στο x_0. **Μονάδες 2×5=10**

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 4 \cdot \dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} & , x<1 \\ \alpha & , x=1 \\ \dfrac{x^2+2x-3}{x^2-1} & , x>1 \end{cases}$

(Β1). Να βρεθούν τα $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$, $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$.

(Β2). Να βρεθεί για ποια τιμή του α η f είναι συνεχής στο 1. **Μονάδες 20+5**

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$, $x \in \mathbb{R}$

(Γ1). Να μελετηθεί η f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

(Γ2). Να μελετηθεί η f ως προς τα κοίλα .

(Γ3). Να αποδειχθεί ότι η εφαπτομένη της C_f στο σημείο $A(-1,1)$ διέρχεται από το σημείο $M(1,-1)$ **Μονάδες 9+6+10**

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 2x + 2$.

(Δ1). Να μελετηθεί η f ως προς τα κοίλα.

(Δ2). Να βρεθεί η εφαπτομένη (ε) της C_f στο σημείο $M\big(2, f(2)\big)$. Επίσης να βρεθεί το σημείο στο οποίο η (ε) τέμνει τον άξονα y΄y.

(Δ3). Να υπολογισθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη C_f, την (ε) και τον άξονα y΄y. **Μονάδες 5+10+10**